



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie
(WS 2006/07)
Blatt 6

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2006} - 1}{x - 1}$.
(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.
(c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie unter Verwendung der Potenzreihendarstellung von $\sin(x)$ und $\cos(x)$ die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}.$$

Aufgabe 3. Für alle $x \in \mathbb{R}$ sei $\tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$. Berechnen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tanh(x) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x)$$

Hinweis: Verwenden Sie die in der Vorlesung angegebenen Darstellungen

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Aufgabe* 4. An der rechten Seite eines Baches haben sich viele Industriebetriebe angesiedelt, auf der linken Bachseite befinden sich nur Wald und Wiesen. Die minimale Uferlänge der Betriebe ist 20 m. An der Bachmündung wird bei einer Analyse des Wassers festgestellt, daß eine schädliche Substanz in das Wasser des Baches eingeleitet wird. 10 km bachaufwärts, bei der Quelle, ist die Wasserqualität noch in Ordnung. Herr Müller soll den Umweltsünder ermitteln und geht dabei folgendermaßen vor: Er macht eine Wasseranalyse in der Mitte des betroffenen Bachabschnitts und stellt fest, daß der Übeltäter die Substanz entweder oberhalb oder unterhalb dieser Stelle einleitet. Er wiederholt dies in dem Teilabschnitt in dem der Verursacher der Umweltverschmutzung offensichtlich die Substanz einleitet. Auf diese Weise fährt er fort, bis der Streckenabschnitt, in dem die illegale Einleitung vorgenommen wird, kleiner ist, als die minimale Uferlänge der Betriebe, so daß er nur noch das Gelände von maximal zwei Betrieben nach der Verschmutzungsquelle absuchen muß. Wie viele Messungen muß Herr Müller bei dieser Vorgehensweise höchstens durchführen? Hierbei sollen die Ausgangsmessungen an der Bachmündung und an der Quelle nicht mitgezählt werden. Welchen Weg legt er dabei maximal zurück, wenn er von der Bachmündung aus startet?

Abgabe: Mittwoch, 29.11.2006 von 14:00 bis 14:10 Uhr im Hörsaal der Vorlesung oder bis 14:10 Uhr in dem mit *Mathe für Biologen WS 06/07* gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes der Mathematik (Gebäude E 2 5).

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html.