



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie
(WS 2006/07)
Blatt 8

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$(a) \quad f(x) = x^x, \quad (b) \quad f(x) = \ln(\sqrt{x}), \quad (c) \quad f(x) = \arctan(\sqrt{x}) \quad (x > 0).$$

Hinweis zu (a): Für $a > 0$ und $b \in \mathbb{R}$ ist a^b definiert durch $a^b := \exp(b \ln(a))$.

Aufgabe 2. Welche der folgenden auf ganz \mathbb{R} definierten Funktionen besitzen eine differenzierbare Umkehrfunktion?

$$(a) \quad \sinh, \quad (b) \quad \cosh, \quad (c) \quad \tanh, \quad (d) \quad x \mapsto \exp(\exp(x)).$$

Berechnen Sie die Ableitungen der Umkehrfunktion in den Fällen, in denen sie existiert.

Aufgabe 3. (a) Bei einer zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnenden chemischen Reaktion n -ter Ordnung ist die zum Zeitpunkt $t \geq 0$ umgesetzte Stoffmenge $f(t)$ bis auf einen konstanten positiven Faktor gegeben durch

$$f(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1)kt}} \quad (t \geq 0),$$

wobei $k > 0$ eine Konstante ist. Zu welchem Zeitpunkt t ist die Reaktionsgeschwindigkeit $f'(t)$ am größten?

(b) Bei einer zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnenden chemischen Reaktion die zum Zeitpunkt $t \geq 0$ umgesetzte Stoffmenge $f(t)$ gegeben durch

$$f(t) = 1 - \frac{k_1 k_2}{k_2 - k_1} \cdot \left(\frac{e^{-k_1 t}}{k_1} - \frac{e^{-k_2 t}}{k_2} \right) \quad (t \geq 0),$$

wobei $k_1, k_2 > 0$ positive Konstanten sind. Zu welchem Zeitpunkt t ist die Reaktionsgeschwindigkeit $f'(t)$ am größten? Skizzieren Sie den Verlauf von $f(t)$ für $k_1 = 1, k_2 = 2$.

Aufgabe* 4. Eine bestimmte reelle Größe werde unter den gleichen Bedingungen n mal gemessen. Die hierbei gemessenen Werte a_1, \dots, a_n stimmen wegen der unvermeidlichen Meßfehler nicht überein. Nach Gauß betrachtet man den Wert a als das zuverlässigste Ergebnis, für den die Summe

$$f(x) := \sum_{j=1}^n (x - a_j)^2 \quad (x \in \mathbb{R})$$

im Punkt $x = a$ minimal wird. Bestimmen Sie diesen Wert a .

Abgabe: Mittwoch, 13.12.2006 von 14:00 bis 14:10 Uhr im Hörsaal der Vorlesung oder bis 14:10 Uhr in dem mit *Mathe für Biologen WS 06/07* gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes der Mathematik (Gebäude E 2 5).

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html.