UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie (WS 2006/07)
Blatt 8

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ mit

(a) $f(x) = x^x$, (b) $f(x) = \ln(\sqrt{x})$, (c) $f(x) = \arctan(\sqrt{x})$ $(x > 0)$.

Hinweis zu (a): Für $a > 0$ und $b \in \mathbb{R}$ ist a^b definiert duch $a^b := \exp(b \ln(a))$.

Aufgabe 2. Welche der folgenden auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktionen besitzen eine differenzierbare Umkehrfunktion?

(a) sinh, (b) cosh, (c) tanh, (d) $x \mapsto \exp(\exp(x))$.

Berechnen Sie die Ableitungen der Umkehrfunktion in den Fällen, in denen sie existiert.

Aufgabe 3. (a) Bei einer zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnenden chemischen Reaktion n-ter Ordnung ist die zum Zeitpunkt $t \geq 0$ umgesetzte Stoffmenge $f(t)$ bis auf einen konstanten positiven Faktor gegeben durch

$$f(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1)kt}} \qquad (t \geq 0),$$

wobei $k > 0$ eine Konstante ist. Zu welchem Zeitpunkt t ist die Reaktionsgeschwindigkeit $f'(t)$ am größten?

(b) Bei einer zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnenden chemischen Reaktion die zum Zeitpunkt $t \geq 0$ umgesetzte Stoffmenge $f(t)$ gegeben durch

$$f(t) = 1 - \frac{k_1 k_2}{k_2 - k_1} \cdot \left(\frac{e^{-k_1 t}}{k_1} - \frac{e^{-k_2 t}}{k_2} \right) \qquad (t \geq 0),$$

wobei $k_1, k_2 > 0$ positive Konstanten sind. Zu welchem Zeitpunkt t ist die Reaktionsgeschwindigkeit $f'(t)$ am größten? Skizzieren Sie den Verlauf von $f(t)$ für $k_1 = 1$, $k_2 = 2$.

Aufgabe* 4. Eine bestimmte reelle Größe werde unter den gleichen Bedingungen n mal gemessen. Die hierbei gemessenen Werte $a_1, \ldots, a_n$ stimmen wegen der unvermeidlichen Meßfehler nicht überein. Nach Gauß betrachtet man den Wert a als das zuverlässigste Ergebnis, für den die Summe

$$f(x) := \sum_{j=1}^{n} (x - a_j)^2 \qquad (x \in \mathbb{R})$$

im Punkt $x = a$ minimal wird. Bestimmen Sie diesen Wert a.

Abgabe: Mittwoch, 13.12.2006 von 14:00 bis 14:10 Uhr im Hörsaal der Vorlesung oder bis 14:10 Uhr in dem mit *Mathe für Biologen WS 06/07* gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes der Mathematik (Gebäude E 2 5).

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html`.