



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie
(WS 2006/07)
Lösungen zur Zwischenklausur vom 20.12.2006

Aufgabe 1. Welche komplexe Zahl erfüllt $z^2 = -i$? Machen Sie das Kreuz unter der richtigen Zahl.

$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$	-1
	×	

Aufgabe 2. Kreuzen Sie in der Tabelle in jeder Zeile den richtigen Grenzwert an

	-1	0	1	e	π	Grenzwert existiert nicht
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sinh(x)}$		×				
$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(x)$						×
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}$			×			
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$	×					

Aufgabe 3. Kreuzen Sie in der Tabelle in jeder Zeile den richtigen Grenzwert für $n \rightarrow \infty$ an.

	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	∞
$\frac{n+1}{n^2+1}$			×				
$\frac{n^2+1}{(n+1)^2}$					×		
$\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$			×				
$n+1 - \sqrt{n}$							×

Aufgabe 4. Kreuzen Sie in der Tabelle in jeder Zeile die richtige Aussage für den Reihengrenzwert an

	0	1	2	$e - 1$	e	4	Kein Grenzwert, da divergent
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$		×					
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$					×		
$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{10^7}$							×
$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{1}{2}\right)^n$						×	

Bei den folgenden Aufgaben ist jeweils die richtige Antwort einzutragen. Bei diesen Aufgaben werden falsche oder fehlende Antworten mit 0 Punkten und richtige Antworten mit 3 Punkten bewertet.

Aufgabe 5. (a) Wie lautet die charakteristische Gleichung der Differenzengleichung

$$(1) \quad x_{n+2} = 4x_{n+1} - 3x_n ?$$

Antwort: $\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$ mit den Lösungen $\lambda_1 = 1$ und $\lambda_2 = 3$.

(b) Wie lautet die Lösungsmenge zu der Differenzengleichung in (1)?

Antwort:

$$\mathbb{L} = \{(\alpha + \beta 3^n)_{n=0}^{\infty}; \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$$

Aufgabe 6. Sei $n := 10 + x$ wobei x die letzte Ziffer Ihrer Matrikelnummer ist. Wieviele lokale Maximumstellen hat die Funktion $\sin(x)$ in dem Intervall $(0, n\pi)$?

Antwort: Gemeint war natürlich die Anzahl der Maximumstellen der Sinusfunktion auf dem Intervall $(0, n\pi)$, wobei $n = 10 +$ die letzte Ziffer Ihrer Matrikelnummer ist.

Die Anzahl der lokalen Maximumstellen ist $n/2$, falls n eine gerade Zahl ist und $(n+1)/2$ falls n ungerade ist.

Aufgabe 7. Sei n wie in Aufgabe 6. Geben Sie den Wert der Ableitung von x^{nx} im Punkt $x = 1$ an.

Antwort: Es ist $f(x) := x^{nx} = e^{nx \ln(x)}$ und daher nach der Kettenregel und der Produktregel:

$$f'(x) = e^{nx \ln(x)} \left(n \ln(x) + n \cdot \frac{x}{x} \right) = n(1 + \ln(x))x^{nx}$$

und somit $f'(1) = n$.