UNIVERSIT"AT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Funktionentheorie 2 (WS 2007/08)
Blatt 1

Aufgabe 1. In einer Veränderlichen sind die Konvergenzbereiche von Potenzreihen Kreisscheiben in $\mathbb{C}$, die auch ausgeartet sein können zu einem Punkt oder zu ganz $\mathbb{C}$. Die folgenden Beispiele zeigen, daß die Situation in mehreren Veränderlichen komplizierter ist. Geben Sie in den folgenden Fällen an, für welche $(z, w) \in \mathbb{C}^2$ die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_{n,m} z^n w^m$$

konvergent ist.

(a) $a_{n,m} = 1$ für alle $n, m \in \mathbb{N}_0$,
(b) $a_{n,m} = 2$ für $n = 0$, $m \in \mathbb{N}$, $a_{n,m} = 3$ für $m = 0$, $n \in \mathbb{N}$, $a_{n,n} = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$, und $a_{n,m} = 0$ sonst.

Skizzieren Sie die Menge aller $(|z|, |w|) \in \mathbb{R}^2$ mit (z, w) im Konvergenzbereich der Reihe zu (b).

Aufgabe 2. Sei $\Omega \neq \mathbb{C}$ eine offene, nicht leere Teilmenge von $\mathbb{C}$. Konstruieren Sie mit Hilfe des Produktsatzes von Weierstraß eine Funktion $f \in \mathcal{O}(\Omega)$, für die gilt: Es gibt **keine** nicht leeren offenen Teilmengen Ω_1, Ω_2 von $\mathbb{C}$ mit mit den folgenden Eigenschaften:

(a) $\Omega_1 \subseteq \Omega_2 \cap \Omega$,
(b) Ω_2 ist zusammenhängend und keine Teilmenge von Ω und
(c) es gibt eine Funktion $g \in \mathcal{O}(\Omega_2)$ mit $f \equiv g$ auf Ω_1.

Anachaulich bedeutet dies: Es gibt eine auf Ω holomorphe Funktion, die sich nirgends über den Rand von Ω hinaus holomorph fortsetzen läßt.

Abgabetermin: Montag, 29.10.2007, vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws07_08/ft2/ft2-ueb.html`

Informationen zum Erwerb eines Leistungsnachweises

Sie können zu dieser Vorlesung einen (benoteten) Leistungsnachweis erwerben. Die Voraussetzungen hierfür sind:

(a) **erfolgreiche Teilnahme am Übungsbetrieb**, d.h.
- **ernsthafte** Bearbeitung von mindestens 60 % der gestellten Übungsaufgaben,
- **mindestens** 40 % aller erreichbaren Punkte,
- aktive Mitarbeit in der Übungsgruppe,

und
(b) **Bestehen der mündlichen Prüfung am Ende des Semesters**.