UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Funktionentheorie (WS 2007/08)
Blatt 2

Aufgabe 1. Führen Sie den Beweis zu 1.4.(c) der Vorlesung aus.

Aufgabe 2. Für alle $z, w \in \mathbb{C}$ sei $G(z, w) := e^{2zw-w^2}$.

(a) Zeigen Sie $G \in \mathcal{O}(\mathbb{C}^2)$.
(b) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$H_n(z) := \frac{\partial^n G}{\partial w^n}(z, 0)$$

ist ein Polynom in z vom Grad n.
(c) Zeigen Sie, dass für alle $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$ die Rekursionsformel

$$H_{n+1}(z) - 2zH_n(z) + 2nH_{n-1}(z) = 0$$

gilt.

Aufgabe* 3. (a) Zeigen Sie: $H_n'(z) = 2nH_{n-1}(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$.
(b) Zeigen Sie: $H_n'(z) = 2zH_n(z) - H_{n+1}(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$.
(c) Zeigen Sie, dass die Polynome H_n der Differentialgleichung

$$u'' - 2zu' + 2nu = 0$$

genügen.

Abgabetermin: Montag, 05.11.2007 vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws07_08/ft2/ft2-ueb.html`