UNIVERSIT"AT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Funktionentheorie 2 (WS 2007/08)
Blatt 15

Sei $N \geq 2$ und $\mathbb{G}_N := \{(z', z_N) \in \mathbb{C}^N \,;\, z' \in \mathbb{C}^{N-1}, \operatorname{Im} z_N > |z'|^2\}$. Wir definieren

$$\varphi(z) := \Big(\frac{z_1}{1+z_N}, \ldots, \frac{z_{N-1}}{1+z_N}, i\frac{1-z_N}{1+z_N}\Big) \qquad \big((z', z_N) \in \mathbb{B}_N\big).$$

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass $\varphi : \mathbb{B}_N \to \mathbb{G}_{\mathbb{N}}$ biholomorph ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass der topologische Rand von $\mathbb{G}_{\mathbb{N}}$ in kanonischer Weise homöomorph ist zu $\mathbb{H}_N := \mathbb{C}^{N-1} \times \mathbb{R}$.

Aufgabe* 3. Zeigen Sie, dass $\mathbb{H}_{\mathbb{N}}$ versehen mit der durch

$$(z', t) \cdot (w', s) := \big(z' + w', t + s + 2 \operatorname{Im}\langle z', w'\rangle\big)$$

für alle $(z', t), (w', s) \in \mathbb{C}^{N-1} \times \mathbb{R}$ definierten Multiplikation eine nicht kommutative Gruppe ist. Hierbei sei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Standard-Skalarprodukt in $\mathbb{C}^{N-1}$.

Abgabetermin: Montag, 18.02.2008 vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws07_08/ft2/ft2-ueb.html`