



Funktionentheorie 2 (WS 2007/08)
Blatt 9

Aufgabe 1. Sei $a \in \mathbb{C}$, $r > 0$ und $f \in \mathcal{O}(U_r(a))$ beschränkt, d.h. mit $\sup_{|z-a|<r} |f(z)| < M$ für ein $M > 0$. Zeigen Sie, dass für alle $z, w \in U_r(a)$ gilt

$$|f(z) - f(w)| \leq 2M \frac{|z - w|}{|r^2 - \overline{(z - a)}(w - a)|}.$$

Hinweis: Erinnern Sie sich an das Lemma von Schwarz-Pick aus der Funktionentheorie in einer Veränderlichen (Satz 2.21 im Skript zur Funktionentheorie vom SS 2007).

Aufgabe 2. Sei $a \in \mathbb{C}^N$, $r = (r_1, \dots, r_N) \in (0, \infty)^N$ und sei $f : \Delta(a, r) \rightarrow \mathbb{C}$ eine beschränkte, getrennt holomorphe Funktion. Zeigen Sie, dass f dann schon holomorph auf $\Delta(a, r)$ ist.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst die Stetigkeit von f auf $\Delta(a, r)$. Schreiben Sie hierzu die Differenz $f(z) - f(w)$ als teleskopierende Summe von Differenzen von Ausdrücken, die sich nur in einer Variablen unterscheiden.

Warum genügt der Nachweis der Stetigkeit von f ?

*** Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Neue Jahr! ***

Abgabetermin: Montag, 07.01.2008 vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws07_08/ft2/ft2-ueb.html