UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie 2 (WS 2008/09)
Blatt 10

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß unter den Voraussetzungen und mit den Bezeichnungen von Satz 2.16 für $k \in \mathbb{N}$, $x > 0$ und $s > 1$ gilt: Das uneigentliche Linienintegral

$$I_k(s,x) := \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \frac{D(z)x^{z+k}}{z(z+1)\cdot\ldots\cdot(z+k)}\,dz := i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(s+it)x^{z+k}}{(s+it)(s+it+1)\cdot\ldots\cdot(s+it+k)}\,dt$$

ist absolutkonvergent und es gilt

$$I_k(s,x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^k \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \frac{\frac{x}{n}}{z(z+1)\cdot\ldots\cdot(z+k)}\,dz\,.$$

Aufgabe 2. Berechnen Sie für $k \in \mathbb{N}$, $s > 0$ und $0 < a \leq 1$ das uneigentliche Linienintegral

$$J_k(s,a) := \frac{1}{2\pi i}\int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \frac{a^z}{z(z+1)\cdot\ldots\cdot(z+k)}\,dz.$$

Aufgabe* 3. Berechnen Sie für $k \in \mathbb{N}$, $s > 0$ und reelles $a \geq 1$ das uneigentliche Linienintegral

$$J_k(s,a) := \frac{1}{2\pi i}\int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \frac{a^z}{z(z+1)\cdot\ldots\cdot(z+k)}\,dz.$$

Abgabetermin: Montag, 19.01.2009, vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws08_09/ft2/ft2-ueb.html`