UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung Lokale Methoden in der Spektraltheorie 1
(Wintersemester 2008/09)
Blatt 5

Aufgabe 1. Für alle $z \in \mathbb{D}$ definieren wir

$$P(w) := \operatorname{Re}\left(\frac{1+z}{1-z}\right).$$

Zeigen Sie:

(a) Für $0 \leq r < 1$ und $t \in \mathbb{R}$ gilt

$$P(re^{it}) = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos(nt) = \frac{1-r^2}{1-2r\cos(t)+r^2}.$$

(b) Es ist $P > 0$ auf $\mathbb{D}$ und $\int_{\mathbb{T}} P(rz)\, dm(z) = 1$ für alle $r \in [0,1)$.

(c) Für alle $\delta \in (0,\pi)$ gilt mit $S_\delta := \{e^{it}\,;\, t \in [-\pi,\pi], |t| \geq \delta\}$:

$$\lim_{r\to 1^-} \int_{S_\delta} P(rz)\, dm(z) = 0.$$

Aufgabe 2. Sei $(X, \|\cdot\|)$ ein Banachraum und $F : \mathbb{T} \to X$ eine auf $\mathbb{T}$ stetige X–wertige Funktion. Zeigen Sie:

$$\lim_{r\to 1^-} \int_{\mathbb{T}} P(rz)F(z)\, dm(z) = F(1).$$

Abgabetermin: Freitag, 28.11.2008, vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws08_09/spektral/spektral-ueb.html`