



Übungen zur Vorlesung Lokale Methoden in der Spektraltheorie 1
(Wintersemester 2008/09)
Blatt 12

Aufgabe 1. Sei $A \in \mathcal{L}(\mathcal{H})$, $\mathcal{H}$ ein Hilbertraum. Zeigen Sie: Gibt es Konstanten $c, c_* \in (0, \infty)$ so daß für alle $x \in \mathcal{H}$ gilt: $\|Ax\| \geq c\|x\|$ und $\|A^*x\| \geq c_*\|x\|$, so ist A in $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ invertierbar.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass für nicht konstante Funktionen $u \in L^\infty(\mathbb{T}, \mathbb{R})$ der Toeplitz-operator T_u keine Eigenwerte besitzt.

Aufgabe* 3. Für $a \in M_N(L^\infty(\mathbb{T}))$, $a = (a_{j,k})_{j,k=1,\dots,N}$ definieren wir den Multiplikationsoperator $M_a \in \mathcal{L}(L^2(\mathbb{T}, \mathbb{C}^N))$ durch

$$(M_a f)(z) := a(z)f(z) \quad \text{für alle } f \in L^2(\mathbb{C}^N), z \in \mathbb{T}.$$

Wie sieht das Spektrum von M_a in Abhängigkeit von a aus?

Abgabetermin: Freitag, den 30.01.2009 vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ws08_09/spektral/spektral-ueb.html