Christina Bender
Peter Parczewski Universität des Saarlandes SS 2010 18.6.2010

Risikomanagement

Übungsblatt 5

Aufgabe 1 Tabelle *Backtest1.xls*

(1) Kann man die Ampelfarben direkt aus dem Diagramm ablesen?
(2) Erläutern Sie die gesamte Spalte "wrong model".
(3) Sei die Anzahl der Backtesting Perioden 500 und das Konfidenzniveau 97%. Angenommen, unser Modell ist falsch und das Konfidenzniveau für unseren Value at Risk ist tatsächlich 96% (*wrong model*). Bestimmen Sie den Fehler II. Art, den man auf diese Weise macht.
(4) Erläutern Sie die Tabelle Backtesting Chart.

Aufgabe 2 Diese Aufgabe bezieht sich auf die Datei *Bondberechnung5.xls*. Lösen Sie die Aufgabe 4, Blatt 3, neu, nun mit einer stetigen Verzinsung, d.h. der Diskontfaktor mit der Zinsrate r zur Laufzeit $T-t$ ist jeweils

$$DF(r, T-t)) = \exp(-r(T-t)).$$

Aufgabe 3

(i) Sei das Multi-Faktor-Modell

$$X_i = \sqrt{\rho_{l(i)}}\widetilde{S}_{l(i)} + \sqrt{1-\rho_{l(i)}}\varepsilon_i$$

wobei $\varepsilon_i, \widetilde{S}_{l(i)}$ alle unabhängig und identisch $\mathcal{N}(0,1)$-verteilt sind und $\rho_{l(i)} = \rho_l$ sowie $\widetilde{S}_{l(i)} = \widetilde{S}_l$ für alle i in Sektor l ist. Zeigen Sie, dass ρ_l die Korrelation zwischen zwei Kunden in der Sektorklasse $\widetilde{S}_l$ ist. Desweiteren sei $\rho_{l,h}$ die Sektorkorrelation zwischen $\widetilde{S}_l$ und $\widetilde{S}_h$. Zeigen Sie

$$Cov(X_i, X_j) = \sqrt{\rho_{l(i)}\rho_{h(j)}}\,\rho_{l,h}.$$

(ii) Es sei ein homogenes Portfolio von N Kreditnehmern mit jeweiliger Ausfallwahrscheinlichkeit p gegeben. Sei l die Summe aller Ausfälle. Zudem sei ρ die Korrelation zwischen den log returns der Vermögen X_i und X_j zweier Kunden. Beweisen Sie die folgende *large pool Approximation*: Für $N \to \infty$ hat die Verlustrate die Verteilung

$$F_\infty(x) = \Phi\left(\frac{\sqrt{1-\rho}\Phi^{-1}(x) - \Phi^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right) \tag{0.1}$$

wobei $x = \frac{l}{N}$ ist.

Aufgabe 4 Hauptkomponentenanalyse einer Kovarianzmatrix: Führen Sie für die Kovarianzmatrix

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

des multivariat normalverteilten Zufallsvektors $(X_1, X_2, X_3)^T$ eine Hauptkomponentenanalyse auf die ersten beiden Hauptkomponenten durch. Seien hierzu $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ die Eigenwerte von Σ in abfallender Reihenfolge. Bringen Sie die Zufallsvariablen auf die Form

$$X_i = \left(\sum_{k=1}^{2} w_{ik} Z_k + w_{i3} S_i \right)$$

wobei $Z_1 \sim \mathcal{N}_{0,\lambda_1}$, $Z_2 \sim \mathcal{N}_{0,\lambda_2}$ und $Cov(Z_1, Z_2) = 0$ gilt.

Die Übungen können bis Donnerstag vor der nächsten Übung am 24.6.10 zur Korrektur in E2 4, Zimmer 208 abgegeben werden.