

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Übungsblatt 11

Aufgabe 38 (4 Punkte)

Ein Trainer will in Erfahrung bringen, wie lange es im Schnitt dauert, bis sein Stürmer ein Tor schießt. Er hat hierzu alle seine 56 Einsätze auswerten lassen und kommt auf die Folge der Zeitabstände der Tore (in Minuten): x_1, x_2, \dots, x_{25} . Für diese Daten erhält er $\sum_{i=1}^{25} x_i = 2800$.

Wir nehmen an, dass die tatsächliche durchschnittliche Dauer zwischen zwei Toren X näherungsweise normalverteilt ist mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 100$. Desweiteren nehmen wir an, dass die Zeitabstände zwischen Toren unabhängig sind.

- (i) Schätzen Sie die tatsächliche durchschnittliche Dauer zwischen zwei Toren μ .
- (ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit dem Mittelwert \bar{X} den wahren Wert μ exakt zu treffen?
- (iii) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 für μ .

Aufgabe 39 (5 Punkte)

Wir sind nun im Beispiel 12.1 mit 8 Tassen.

- (i) Geben Sie einen nicht-randomisierten Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ an.
- (ii) Geben Sie analog zum Vorgehen in Bemerkung 12.4 einen randomisierten Test an, der das Niveau $\alpha = 0.05$ voll ausschöpft.
- (iii) Vergleichen Sie die Macht der beiden Tests für $p = 0.7$.

Aufgabe 40 (6 Punkte)

Die Akkulaufzeit (in Stunden) des neuen Laptops 'To infinity and beyond' sei normalverteilt mit unbekanntem Erwartungswert μ und Standardabweichung $\sigma = 5$. Der Hersteller des Laptops behauptet, dass die mittlere Akkulaufzeit mindestens 100 Stunden beträgt. Eine Computerzeitschrift will diese Behauptung bei einer Stichprobe vom Umfang $n = 50$ überprüfen. Die Wahrscheinlichkeit, den Produzenten zu Unrecht der Fehlinformation zu bezichtigen, soll höchstens 0.01 betragen.

- (i) Formulieren Sie das vorliegende Testproblem (Verteilungsannahme, Hypothese und Alternative, Niveau).
Welcher Test kann naheliegender Weise zur Überprüfung der Hypothese herangezogen werden?
- (ii) Welchen Wert muss die mittlere Akkulaufzeit in der Stichprobe unterschreiten, damit die Hypothese abgelehnt wird?
- (iii) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art, wenn die mittlere Akkulaufzeit der Laptops in Wirklichkeit 97 Stunden ist?

Aufgabe 41 (5 Punkte)

Seien X_1, \dots, X_{10} unabhängig $\mathcal{N}(\mu, 1)$ -verteilt. Bestimmen und skizzieren Sie die Gütefunktion des Tests, der die Hypothese $\mu = 0$ gegen die Alternative $\mu \neq 0$ verwirft, wenn $|\bar{X}| \geq \frac{2.33}{\sqrt{10}}$ ist.

Hinweis: Ein paar Quantile der Standard-Normalverteilung: $u_{0.7} = 0.52$, $u_{0.95} = 1.65$, $u_{0.975} = 1.96$, $u_{0.99} = 2.33$, $u_{0.995} = 2.57$.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 5.7.12, 10.30 Uhr in den Briefkästen im Hörsaalgebäude E 2 5, Untergeschoss.