Dr. Robert Knobloch
M.Sc. Alexandra Lauer

Universität des Saarlandes, SoSe 2014
25. Juni 2014

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

10. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma^2 > 0$. Zeigen Sie, dass die *Dichte der Normalverteilung* zu den Parametern μ und σ^2, welche gegeben ist durch

$$f_{(\mu,\sigma^2)}(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \qquad x \in \mathbb{R},$$

tatsächlich eine Dichte auf $\mathbb{R}$ ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable. Berechnen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ das n-te Moment $\mathrm{E}\left(\mathrm{X}^{\mathrm{n}}\right)$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Betrachten Sie die zweidimensionale Zufallsvariable (X, Y) mit Dichte

$$f_{(X,Y)}(x,y) := \begin{cases} \frac{1}{2} & , -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ und } 1 \leq y \leq 2 \\ \frac{1}{4} & , -1 \leq x \leq 1 \text{ und } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases}$$

(i) Verifizieren Sie, dass $f_{(X,Y)}$ eine Dichte ist.

(ii) Untersuchen Sie, ob X und Y unabhängig bzw. unkorreliert sind.
(Hinweis: Betrachten Sie die Mengen $\{X > \frac{1}{2}\}$ und $\{Y > 1\}$.)