

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

9. Übung

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es seien $\alpha > 0$ und $\beta \in \{2, 3, \dots\}$.

(i) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion eine Dichte auf \mathbb{R} ist:

$$f_{\alpha,\beta}(x) := \frac{\alpha^\beta}{(\beta-1)!} x^{\beta-1} e^{-\alpha x} \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmaß $\Gamma_{\alpha,\beta}$ nennt man *Gammaverteilung* zu den Parametern α, β .

(ii) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz einer $\Gamma_{\alpha,\beta}$ -verteilten Zufallsvariablen X .

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Für alle $\lambda > 0$ sei

$$f_\lambda(x) := \frac{1}{18} \mathbb{1}_{[-2,4]}(x) + \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{(4,\infty)}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

(i) Bestimmen Sie den Parameter λ_0 , für welchen f_{λ_0} eine Dichte ist.

(ii) Es seien λ_0 der Parameter aus Teil (i) und X eine Zufallsvariable mit Dichte f_{λ_0} . Bestimmen Sie die Verteilung von $Y := \exp(X^2 + 1)$.