Prof. Dr. Christian Bender
Dr. Robert Knobloch

Universität des Saarlandes, SoSe 2015

10. Juli 2015

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

12. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien $a < b$ relle Zahlen. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz einer auf $[a, b]$ gleichverteilten Zufallsvariable X.

Aufgabe 2 (6+2 Punkte)

(i) Es sei $X : \Omega \to \mathbb{R}$ eine reellwertige Zufallsvariable mit Dichte. Zeigen Sie, dass $aX + b$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$, mit $a \neq 0$, eine Dichte besitzt.

(ii) Es sei X eine reellwertige $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable, wobei $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma^2 > 0$. Bestimmen Sie die Dichte von $aX + b$ für $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es sei $X : \Omega \to \mathbb{R}$ eine reellwertige Zufallsvariable mit Dichte. Zeigen Sie, dass $P(\{X = x\}) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt und dass die Verteilungsfunktion F_X von X stetig ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zu Bemerkung 9.16. Es seien X und Y unabhängige $\mathcal{N}(0, 1)$-verteilte Zufallsvariablen. Außerdem definieren wir $Z := \operatorname{sgn}(X) \cdot Y$, wobei $\operatorname{sgn}(X) := \mathbb{1}_{\{X \geq 0\}} - \mathbb{1}_{\{X < 0\}}$. Untersuchen Sie (Y, Z) auf Unabhängigkeit und Unkorreliertheit.

Hinweis: Betrachten Sie $|Y|$ und $|Z|$.