Prof. Dr. Christian Bender
Dr. Robert Knobloch

Universität des Saarlandes, SoSe 2015
08. Mai 2015

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

3. Übung

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Angenommen, Sie befinden sich in einer Spielshow und haben die Wahl zwischen drei Toren. Hinter einem Tor ist ein Preis, hinter den anderen befindet sich jeweils eine Niete. Der Preis und die Nieten sind vor der Show "rein zufällig" auf die Tore verteilt worden und Sie haben keine Information über die Position des Preises. Nachdem Sie ein Tor gewählt haben, bleibt dieses zunächst geschlossen. Der Showmaster S, der weiß, was sich hinter den Toren befindet, muss nun eines der beiden verbleibenden Tore öffnen. Hinter dem von ihm geöffneten Tor muss sich eine Niete befinden. Wenn sich hinter beiden Toren eine Niete befindet, wählt S rein zufällig eines der beiden Tore aus, welches er öffnet. Nachdem S ein Tor mit einer Niete geöffnet hat, fragt er Sie, ob Sie bei Ihrer ersten Wahl bleiben oder zum letzten verbliebenen Tor wechseln möchten. Nehmen Sie an, Sie wählen Tor 1, und S öffnet Tor 3 mit einer Niete. Er fragt Sie dann: "Möchten Sie zu Tor 2 wechseln?". Ist es vorteilhaft, Ihre Wahl zu ändern? Begründen Sie Ihre Antwort mittels wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Herr Falke hat seine Brille verlegt. Mit der Wahrscheinlichkeit $0,7$ befindet sie sich in seiner Wohnung und mit der Wahrscheinlichkeit $0,3$ befindet sie sich im Auto. Ist sie in der Wohnung, dann gibt es zwei gleichwahrscheinliche Möglichkeiten: Sie liegt auf dem Schreibtisch oder im Badezimmer. Herr Falke sucht nur in der Wohnung und nicht im Auto (liegt die Brille im Auto, dann kann er sie also nicht finden). Da er ohne Brille schlecht sieht, findet er sie mit Wahrscheinlichkeit $0,8$, wenn sie auf dem Schreibtisch liegt, bzw. mit Wahrscheinlichkeit $0,6$, wenn sie sich im Badezimmer befindet. Berechnen Sie

(i) die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Brille im Badezimmer befindet.

(ii) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Herr Falke die Brille findet.

(iii) die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die Brille auf dem Schreibtisch befindet, wenn Herr Falke vergeblich gesucht hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Von einem regulären Tetraeder (fairer vierseitiger Würfel) seien drei der vier Flächen verschiedenfarbig mit jeweils genau einer der Farben $1, 2$ und 3 gefärbt. Auf der vierten Fläche sei jede Farbe $j \in \{1, 2, 3\}$ enthalten. Es sei A_j, $j \in \{1, 2, 3\}$, das Ereignis, dass nach einem Wurf des Tetraeders die unten liegende Seite die Farbe j enthält. Untersuchen Sie die Familie (A_1, A_2, A_3) von Ereignissen auf Unabhängigkeit sowie auf paarweise Unahängigkeit.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Wir betrachten folgende Ereignisse beim einmaligen Wurf mit einem fairen Würfel:

$$A_1 = \text{“Die Augenzahl ist 1 oder 3 oder 5 oder 6”},$$
$$A_2 = \text{“Die Augenzahl ist 2 oder 5 oder 6”},$$
$$A_3 = \text{“Die Augenzahl ist 2 oder 4 oder 6”}.$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für A_1, A_2 und A_3 sowie für $A_1 \cap A_2 \cap A_3$. Sind die Ereignisse A_1, A_2 und A_3 stochastisch unabhängig?

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Sei $\Omega := \mathbb{N}$. Ist es möglich, ein Laplace Experiment entsprechend Definition 2.1 als diskretes Zufallsexperiment (Ω, p) mit $p(\omega) = \alpha$ für alle $\omega \in \Omega$ und ein geeignetes $\alpha \in [0, 1]$ zu definieren? Begründen Sie Ihre Antwort.