

## Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

### 7. Übung

#### Aufgabe 1 (3+2 Punkte)

Seien  $X$  und  $Y$  unabhängige Poisson-verteilte Zufallsvariablen mit Parametern  $\lambda > 0$  bzw.  $\gamma > 0$ .

- (i) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $X$ .
- (ii) Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariable  $X + Y$ .

#### Aufgabe 2 (2+3 Punkte)

Für eine Partei ist bekannt, dass sie in der Wählergunst zwischen 25% und 35% liegt. Die Parteichefin will bei der anstehenden Wahl nur dann als Spitzenkandidatin antreten, wenn ihre Partei mit mindestens 30% der Stimmen (aller Wahlberechtigten) rechnen kann. Um genauer zu ermitteln, wie populär ihre Partei ist, lässt sie eine Umfrage durchführen, bei der eine repräsentative Auswahl an Personen nach ihrem voraussichtlichen Abstimmungsverhalten gefragt wird. Von Interesse ist dabei, wie groß die Anzahl  $n_0$  der Teilnehmer an der Umfrage mindestens sein muss, damit die relative Häufigkeit an Stimmen für die Partei bei der Umfrage mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% um höchstens 1% von der Wählergunst abweicht.

- (i) Bestimmen Sie unter Benutzung der Tschebyscheff-Ungleichung eine möglichst kleine obere Schranke für  $n_0$ .
- (ii) Bestimmen Sie  $n_0$  approximativ mit dem zentralen Grenzwertsatz (ohne Verwendung der Korrekturformel).

*Hinweis:* Tabellen mit den Werten der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung findet man in vielen Lehrbüchern zur Wahrscheinlichkeitstheorie.

#### Aufgabe 3 (3+2 Punkte)

Eine Fluggesellschaft möchte die Anzahl der unbesetzten Sitzplätze auf ihren Flügen verringern. Dazu sollen für jeden Flug mehr Tickets verkauft werden als Sitzplätze vorhanden sind. Jedes Flugzeug der Airline hat 96 Sitzplätze. Aus Erfahrung ist bekannt, dass im Durchschnitt 5% der Fluggäste nicht zum Abflug erscheinen. Pro Flug will die Airline 100 Tickets verkaufen und will daher die Wahrscheinlichkeit wissen, dass bei 100 verkauften Tickets mehr als 96 Fluggäste zum Abflug erscheinen.

- (i) Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit approximativ mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes.
- (ii) Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit mittels der Poisson-Approximation der Binomialverteilung.

**Aufgabe 4** (5 Punkte)

Sei  $\phi$  die Dichte der Standardnormalverteilung. Zeigen Sie mittels Substitution in Polarkoordinaten, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1.$$