

Mathematik für Informatiker III

4. Übung

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zu *Beispiel 56.3 c)*. Sei $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine C^4 -Funktion und seien $i, j \in \mathbb{Z}$ sowie $h > 0$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(ih, jh) = \frac{1}{4h^2} (u_{i+1, j+1} + u_{i-1, j-1} - u_{i+1, j-1} - u_{i-1, j+1}) + \mathcal{O}(h^2),$$

wobei $u_{m,n} := u(mh, nh)$ für alle $m, n \in \mathbb{Z}$, gilt.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion f .

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 1$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion f .