

Mathematik für Informatiker III

9. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Angenommen, Sie befinden sich in einer Spielshow und haben die Wahl zwischen drei Toren. Hinter einem Tor ist ein Preis, hinter den anderen befindet sich jeweils eine Niete. Der Preis und die Nieten sind vor der Show “rein zufällig” auf die Tore verteilt worden und Sie haben keine Information über die Position des Preises. Nachdem Sie ein Tor gewählt haben, bleibt dieses zunächst geschlossen. Der Showmaster S, der weiß, was sich hinter den Toren befindet, muss nun eines der beiden verbleibenden Tore öffnen. Hinter dem von ihm geöffneten Tor muss sich eine Niete befinden. Nachdem S ein Tor mit einer Niete geöffnet hat, fragt er Sie, ob Sie bei Ihrer ersten Wahl bleiben oder zum letzten verbliebenen Tor wechseln möchten. Nehmen Sie an, Sie wählen Tor 1, und S öffnet Tor 3 mit einer Niete. Er fragt Sie dann: “Möchten Sie zu Tor 2 wechseln?”. Ist es vorteilhaft, Ihre Wahl zu ändern? Begründen Sie Ihre Antwort mittels wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ und seien $A_1, \dots, A_n$ Ereignisse, so dass $P(A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) > 0$ gilt. Beweisen Sie folgende Multiplikationsregel:

$$P\left(\bigcap_{k=1}^n A_k\right) = \prod_{i=1}^n P\left(A_i \left| \bigcap_{j=0}^{i-1} A_j\right.\right),$$

wobei $A_0 := \Omega$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Berechnen Sie den Erwartungswert einer binomialverteilten (mit Parametern $n \in \mathbb{N}$ und $p \in [0, 1]$) Zufallsvariable X .