Dr. Robert Knobloch
Christian Gärtner

Universität des Saarlandes, Wintersemester 2014/15

27. Oktober 2014

# Diskrete Finanzmathematik

## Blatt 1

**Aufgabe 1** (2+2 Punkte)

Es sei $\mathcal{M}$ ein endlicher Markt mit $T = 2$, $D = 1$, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, $S_t^0 = 1$ für $t = 0, 1, 2$ und

$$(S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_1) = (1, 1, 1), \quad (S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_2) = (1, 1, 2),$$
$$(S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_3) = (1, 2, 2), \quad (S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_4) = (1, 2, 3).$$

(a) Wie muss die Filtrierung $(\mathcal{F}_t)_{t=0,1,2}$ gewählt werden, damit der Prozess $(S^0, S^1)$ adaptiert aber nicht vorhersehbar ist?

(b) Finden Sie einen perfekten Hedge $\varphi \in \mathcal{A}^{sf}$ für die Putoption $\mathrm{Put}(44, 2, 1)$ und berechnen Sie $V_0(\varphi)$.

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Es sei $\mathcal{M}$ ein endlicher Markt. Zeigen Sie: Falls die gehandelten Stückzahlen $\varphi_t^i$ für $t \in \mathcal{T}$ und $i = 1, \ldots, D$ vorhersagbar sind und das Anfangsvermögen $v_0 = V(\varphi)$ ist, dann gibt es genau eine Möglichkeit, $\varphi_t^0$ so zu wählen, dass sich insgesamt eine selbstfinanzierende Strategie $\varphi$ ergibt.

**Aufgabe 3** (2 Punkte)

Es sei $\mathcal{M}$ ein endlicher Markt. Zeigen Sie, dass die Menge $\mathcal{H}$ der replizierbaren Kontrakte einen Vektorraum bildet.