

Diskrete Finanzmathematik

Blatt 1

Aufgabe 1 Es sei \mathcal{M} ein endlicher Markt. Nehmen Sie an, dass die gehandelten Stückzahlen φ_t^d für $t \in \mathcal{T}$ und $d = 1, \dots, D$ vorhersagbar und bestimmen Sie φ_t^0 so, dass sich insgesamt eine selbstfinanzierende Strategie φ ergibt. Zeigen Sie außerdem, dass dieses φ_t^0 eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 2 Es sei \mathcal{M} ein endlicher Markt. Zeigen Sie, dass die Menge \mathcal{H} der replizierbaren Kontrakte einen Vektorraum bildet.

Aufgabe 3 Es sei \mathcal{M} ein endlicher Markt mit $T = 2$, $D = 1$, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, $S_t^0 = 1$ für $t = 0, 1, 2$ und

$$\begin{aligned}(S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_1) &= (1, 1, 1), & (S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_2) &= (1, 1, 2), \\(S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_3) &= (1, 2, 2), & (S_0^1, S_1^1, S_2^1)(\omega_4) &= (1, 2, 3).\end{aligned}$$

- (i) Wählen Sie die Filtrierung $(\mathcal{F}_t)_{t=0,1,2}$ so, dass der Prozess (S^0, S^1) adaptiert aber nicht vorhersagbar ist.
- (ii) Finden Sie einen perfekten Hedge $\varphi \in \mathcal{A}^{\text{sf}}$ für die Europäische Put-Option $\xi := \text{Put}(44, 2, 1)$ und berechnen Sie den Hedgingpreis für ξ .