Universität des Saarlandes
Christian Bender
Christoph Eisinger

16. November 2011

Zinsmarktmodelle

4. Übungsblatt

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Seien $X_i(t) = X_i(0) + \int_0^t a_i(s)\mathrm{d}s + \int_0^t \langle b_i(s), \mathrm{d}W(s)\rangle$ für $i = 1, 2$. Zeigen Sie, dass

$$X_1(t)X_2(t) = X_1(0)X_2(0) + \int_0^t X_1(s)\mathrm{d}X_2(s) + \int_0^t X_2(s)\mathrm{d}X_1(s) + \int_0^t \langle b_1(s), b_2(s)\rangle \mathrm{d}s.$$

Hinweis: *Verwenden Sie Itôs Formel in Kombination mit*

$$x_1 x_2 = \frac{1}{2}\left((x_1 + x_2)^2 - x_1^2 - x_2^2\right).$$

Aufgabe 2. (3+1+1+4=9 Punkte)

Seien $\Phi = (\{T_1, \ldots, T_l\}, \varphi_1, \ldots, \varphi_l)$ ein selbstfinanzierendes Portfolio, $V(t;\Phi)$ der zu Φ gehörende Vermögensprozess, ξ ein Deflator sowie μ, σ und $\tilde{\sigma}$ wie in Satz 1.2.1. Zeigen Sie:

a) $B(t,T) = E[\xi(T)] + \int_0^t \mu(u,T)B(u,T)\mathrm{d}u + \int_0^t \langle \sigma(u,T)B(u,T), \mathrm{d}W(u)\rangle$

b) $\xi(t) = 1 - \int_0^t r(u)\xi(u)\mathrm{d}u + \int_0^t \langle \lambda(u)\xi(u), \mathrm{d}W(u)\rangle$

c) $V(t;\Phi)$
$$= V(0;\Phi) + \sum_{j=1}^{l}\left(\int_0^t \varphi_j(u)\mu(u,T_j)B(u,T_j)\mathrm{d}u + \int_0^t \langle \varphi_j(u)\sigma(u,T_j)B(u,T_j), \mathrm{d}W(u)\rangle\right)$$

d) $\xi(t)V(t;\Phi) = V(0;\Phi) + \sum_{j=1}^{l}\int_0^t \langle \varphi_j(u)\tilde{\sigma}(u,T_j), \mathrm{d}W(u)\rangle$

Abgabe: Mittwoch, 23. November, 10 Uhr, in Zimmer 213, Geb. E2.4