

Zinsmarktmodelle

7. Übungsblatt

Aufgabe 1. (3 + 5 = 8 Punkte)

Zeigen Sie:

- a) Die Swap-Rate $S_{\alpha,\beta}$ ist ein Martingal unter dem Swap-Maß $P_{\alpha,\beta}$.
- b) Eine Payer-Swaption ist zur Zeit $t \leq T_\alpha$ am Geld genau dann, wenn die Preise von Payer-Swaption und Receiver-Swaption übereinstimmen.

Aufgabe 2. (2 + 4 = 6 Punkte)

Im Vasicek Modell sind die Preise von Zero Bonds gegeben durch

$$B(t, T) = \mathbf{E} \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} \middle| \mathcal{F}_t \right],$$

wobei r für $0 \leq s \leq t$ die Bedingung

$$r(t) = r(s)e^{-k(t-s)} + \vartheta(1 - e^{-k(t-s)}) + \eta \int_s^t e^{-k(t-u)} dW(u)$$

erfüllt. Zeigen Sie, dass für alle $0 \leq s \leq t$

- a) $\mathbf{E}[r(t)|\mathcal{F}_s] = r(s)e^{-k(t-s)} + \vartheta(1 - e^{-k(t-s)})$,
- b) $\mathbf{Var}[r(t)|\mathcal{F}_s] := \mathbf{E} [(r(t) - \mathbf{E}[r(t)|\mathcal{F}_s])^2 | \mathcal{F}_s] = \frac{\eta^2}{2k} (1 - e^{-2k(t-s)})$.

Abgabe: Mittwoch, 14. Dezember, 10 Uhr, in Zimmer 213, Geb. E2.4