Universität des Saarlandes
Fachbereich 9, Mathematik
Prof. Dr. R. Berger

1. Übung zu Algebra I, WS 98/99

Aufgabe 1: (*2 Punkte*)
Sei G eine Gruppe mit $g^2 = 1_G$ für alle $g \in G$ (1_G bezeichnet das Neutralelement von G). Zeige, daß G dann abelsch ist.

Aufgabe 2: (*4 Punkte*)
Sei G eine Gruppe. Zeige die Äquivalenz folgender Aussagen:

a) G ist abelsch.
b) Für alle $a, b \in G$ gilt $(ab)^2 = a^2 b^2$.
c) Für alle $a, b \in G$ gilt $(ab)^{-1} = a^{-1} b^{-1}$.

Aufgabe 3: (*6 Punkte*)
Sei G eine Gruppe und M eine nichtleere Menge. Zeige, daß auf der Menge $\mathrm{Abb}(M, G)$ der Abbildungen von M nach G wie folgt eine Gruppenstruktur definiert ist: Für $f, g \in \mathrm{Abb}(M, G)$ sei $f \cdot g$ die Abbildung, welche $m \in M$ auf $f(m) \cdot g(m)$ abbildet.

Aufgabe 4: (*8 Punkte*)
Sei G eine Gruppe mit Gruppenoperation $\circ$. Sei $x \in G$ ein fest gewähltes Element. Zeige, daß durch $a \star b := a \circ x \circ b$ eine Gruppenstruktur auf der Menge G definiert wird. Wie lautet das Neutralelement bezüglich der Verknüpfung $\star$?

Abgabe am 26.10.1998 vor der Vorlesung

Comic der Woche: