Universität des Saarlandes
Fachbereich 9, Mathematik
Prof. Dr. R. Berger

12. Übung zur Linearen Algebra II, SS 1999

Aufgabe 47: *(0 Punkte)*

Sei (E, Φ) ein endlichdimensionaler Bilinearraum. Sei ferner r der Rang und p der Index von Φ. Zeige, daß es für $i \in \{1, \cdots, r\}$ lineare Abbildungen $\sigma_i : E \to \mathbb{R}$ gibt, so daß

$$\Phi(x, y) = \sum_{i=1}^{p} \sigma_i(x)\sigma_i(y) - \sum_{i=p+1}^{r} \sigma_i(x)\sigma_i(y)$$

für alle $x, y \in E$ gilt.

Aufgabe 48: *(0 Punkte)*

Bestimme durch Untersuchung der Orthogonalitätsrelation für das transponierte homogene System für welche $a \in \mathbb{R}$ das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$$

über $\mathbb{R}$ lösbar ist.

Aufgabe 49: *(0 Punkte)*

Bestimme die kleinste positive Lösung des folgenden Kongruenzgleichungssystems über $\mathbb{Z}$:

$$\begin{aligned} x &\equiv -2 \pmod{7} \\ x &\equiv 2 \pmod{8} \\ x &\equiv -2 \pmod{11} \end{aligned}$$

Aufgabe 50: *(0 Punkte)*

Seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 3 & 3 \\ -2 & -6 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

aus $M_{4,4}(\mathbb{Q})$ gegeben.

a) Bestimme für die Matrix A eine Matrix U, so daß $U^{-1}AU$ Jordansche Normalform hat.

b) Bestimme die Jordansche Normalform der Matrix B.

c) Wieviele paarweise nicht ähnliche Matrizen mit charakteristischem Polynom

$$f(X) = (X-1)^4(X-2)^3$$

gibt es in $M_{7,7}(\mathbb{Q})$? Gib jeweils für jede Äquivalenzklasse eine Jordansche Normalform und das Minimalpolynom an.

Dieses Übungsblatt dient als Vorbereitung auf die Klausur und wird nicht korrigiert. Wer an der Lösung interessiert ist, kann die Übungsgruppenleiter befragen.

Bitte beachten: *Ab Montag hängt eine Liste mit den Namen der Leute aus, welche die Klausur mitschreiben können. Wer meint, sein Name würde fehlen, kann sich bei Holger Cröni (Zimmer 309) beschweren.*
Zur Klausur sind mitzubringen: Personal- und Studierendenausweis, Papier und Stifte (keine roten und keine Bleistifte!). Als Hilfsmittel darf ein handgeschriebenes Din A4 Blatt mitgebracht werden (also kein Taschenrechner).
Die Nachklausur wird am 15. Oktober 1999 zur üblichen Zeit stattfinden.