

29.01.2020

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 22

Aufgabe 1.

- i) Es seien $U \subset \mathbb{R}^n$ und $V \subset \mathbb{R}^n$ beschränkt. Zeigen Sie, dass $U \cup V \subset \mathbb{R}^n$ beschränkt ist.
- ii) Es seien $A \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und $U \subset A$ offen. Zeigen Sie, dass $A - U$ abgeschlossen ist.
-

Aufgabe 2. Welche der folgenden Mengen sind kompakt?

- i) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\}$
- ii) $B = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right) \in \mathbb{R}^2 : n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{(0, 0)\}$
- iii) $C = \{(\sqrt{n} \cos(n\theta), \sqrt{n} \sin(n\theta)) \in \mathbb{R}^2 : \theta \in (0, 2\pi], n \in \mathbb{N}\}$
-

Aufgabe 3.

- i) Es sei

$$A = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 1\}.$$

Ist A offen? Ist A kompakt?

- ii) Es sei

$$B = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = 0\}.$$

Ist B offen? Ist B abgeschlossen?

Aufgabe 4. Es seien

$$A = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_2 \leq x_1\}, \quad B = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}.$$

Sind die Mengen

$$A, \quad B, \quad A \cap B, \quad A \cup B, \quad A - B, \quad \partial A$$

beschränkt/offen/abgeschlossen/kompakt?