

29.01.2020

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I  
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 22

**Aufgabe 1.**

- i) Es seien  $U \subset \mathbb{R}^n$  und  $V \subset \mathbb{R}^n$  beschränkt. Zeigen Sie, dass  $U \cup V \subset \mathbb{R}^n$  beschränkt ist.
- ii) Es seien  $A \subset \mathbb{R}^n$  abgeschlossen und  $U \subset A$  offen. Zeigen Sie, dass  $A - U$  abgeschlossen ist.
- 

**Aufgabe 2.** Welche der folgenden Mengen sind kompakt?

- i)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\}$
- ii)  $B = \left\{ \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right) \in \mathbb{R}^2 : n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{(0, 0)\}$
- iii)  $C = \{(\sqrt{n} \cos(n\theta), \sqrt{n} \sin(n\theta)) \in \mathbb{R}^2 : \theta \in (0, 2\pi], n \in \mathbb{N}\}$
- 

**Aufgabe 3.**

- i) Es sei

$$A = \{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 1\}.$$

Ist  $A$  offen? Ist  $A$  kompakt?

- ii) Es sei

$$B = \{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = 0\}.$$

Ist  $B$  offen? Ist  $B$  abgeschlossen?

---

**Aufgabe 4.** Es seien

$$A = \{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_2 \leq x_1\}, \quad B = \{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}.$$

Sind die Mengen

$$A, \quad B, \quad A \cap B, \quad A \cup B, \quad A - B, \quad \partial A$$

beschränkt/offen/abgeschlossen/kompakt?