

04.02.2020

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 23

Aufgabe 1.

i) Es seien A und B Mengen. Zeigen Sie, dass

$$A \cap B = (A \cup B) - ((A - B) \cup (B - A)).$$

ii) Ist die Abbildung

$$f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$$

injektiv/surjektiv?

Aufgabe 2.

i) Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständige Induktion.

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}.$$

(b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ ist $3^{2n+4} - 2^{n-1}$ durch 7 teilbar.

ii) In einem Glas befinden sich zehn verschiedene Kugeln. Es werden nacheinander vier Kugeln gezogen. Dabei werden die Kugeln nach dem Ziehen nicht in das Glas zurückgelegt. Wie viele mögliche Zugkombinationen der vier Kugeln gibt es, wenn die Reihenfolge der gezogenen Kugeln

(a) nicht berücksichtigt wird?

(b) berücksichtigt wird?

Aufgabe 3.

i) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ die Lösungsmengen der folgenden (Un-)Gleichungen.

(a) $2 + |x + 3| < 3$

(b) $|2x + 3| - 20 = |3x - 12|$

ii) Es sei $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(m, n) = \begin{cases} 1, & m < n, \\ \frac{1}{m - n + 1}, & m \geq n. \end{cases}$$

Bestimmen Sie $\sup_{n \in \mathbb{N}} \inf_{m \in \mathbb{N}} f(m, n)$ und $\inf_{m \in \mathbb{N}} \sup_{n \in \mathbb{N}} f(m, n)$.

Aufgabe 4. Gegeben Sei die Wertetabelle

j	0	1	2
x_j	-2	1	2
y_j	0	2	-1

und $p_2(x)$ sei das Interpolationspolynom zu den Stützstellen x_j mit Werten y_j ($0 \leq j \leq 2$). Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung.