

06.11.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 2

Aufgabe 1. Es seien

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}, \quad C = \{a, b, c, d\}, \quad D = \{2n : n \in \mathbb{N}\}.$$

- i)* Wieviele Abbildungen $A \rightarrow B$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- ii)* Wieviele Abbildungen $A \rightarrow C$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- iii)* Wieviele Abbildungen $C \rightarrow B$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- iv)* Gibt es eine Bijektion $D \rightarrow \mathbb{N}$?

Aufgabe 2. Es seien A , B und C beliebige Mengen und $g: A \rightarrow B$, $f: B \rightarrow C$ Abbildungen. Zeigen Sie:

- i)* Ist $f \circ g$ injektiv, so ist g injektiv.
- ii)* Sind f und $f \circ g$ bijektiv, so ist g bijektiv.

Aufgabe 3. Es seien A und B beliebige Mengen, $X_1, X_2 \subseteq A$, $Y_1, Y_2 \subseteq B$ und $f: A \rightarrow B$ eine Abbildung. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- i)* $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$.
- ii)* $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$.
- iii)* $f^U(Y_1 \cap Y_2) = f^U(Y_1) \cap f^U(Y_2)$.
- iv)* $f^U(Y_1 \cup Y_2) = f^U(Y_1) \cup f^U(Y_2)$.

Zur Erinnerung: Für $X \subseteq A$ und $Y \subseteq B$ sind $f(X) = \{f(x) : x \in X\} \subseteq B$ und $f^U(Y) = \{x \in A : f(x) \in Y\} \subseteq A$.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Umkehrabbildung.

$$i) f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad (n, m) \mapsto n + m,$$

$$ii) f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1 + 2x}{3x - 1},$$

$$iii) f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad n \mapsto n + 1,$$

$$iv) f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad n \mapsto n + 1,$$

$$v) f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), \quad x \mapsto \frac{1}{x^2}.$$