

06.11.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I  
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 2

**Aufgabe 1.** Es seien

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}, \quad C = \{a, b, c, d\}, \quad D = \{2n : n \in \mathbb{N}\}.$$

- i)* Wieviele Abbildungen  $A \rightarrow B$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- ii)* Wieviele Abbildungen  $A \rightarrow C$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- iii)* Wieviele Abbildungen  $C \rightarrow B$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
- iv)* Gibt es eine Bijektion  $D \rightarrow \mathbb{N}$ ?

---

**Aufgabe 2.** Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  beliebige Mengen und  $g: A \rightarrow B$ ,  $f: B \rightarrow C$  Abbildungen. Zeigen Sie:

- i)* Ist  $f \circ g$  injektiv, so ist  $g$  injektiv.
- ii)* Sind  $f$  und  $f \circ g$  bijektiv, so ist  $g$  bijektiv.

---

**Aufgabe 3.** Es seien  $A$  und  $B$  beliebige Mengen,  $X_1, X_2 \subseteq A$ ,  $Y_1, Y_2 \subseteq B$  und  $f: A \rightarrow B$  eine Abbildung. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- i)*  $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$ .
- ii)*  $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$ .
- iii)*  $f^U(Y_1 \cap Y_2) = f^U(Y_1) \cap f^U(Y_2)$ .
- iv)*  $f^U(Y_1 \cup Y_2) = f^U(Y_1) \cup f^U(Y_2)$ .

Zur Erinnerung: Für  $X \subseteq A$  und  $Y \subseteq B$  sind  $f(X) = \{f(x) : x \in X\} \subseteq B$  und  $f^U(Y) = \{x \in A : f(x) \in Y\} \subseteq A$ .

*Bitte wenden.*

**Aufgabe 4.** Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Umkehrabbildung.

i)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad (n, m) \mapsto n + m,$

ii)  $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1 + 2x}{3x - 1},$

iii)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad n \mapsto n + 1,$

iv)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad n \mapsto n + 1,$

v)  $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), \quad x \mapsto \frac{1}{x^2}.$