Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

13.11.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 4

Aufgabe 1. Es sei $n \in \mathbb{N}$. Wir nennen eine Menge M *endlich (mit n Elementen)*, falls es eine Bijektion $\{1, \dots, n\} \to M$ gibt.

Zeigen Sie: ist M endlich mit n Elementen und ist $x \in M$, so ist $M - \{x\}$ eine endliche Menge mit $n - 1$ Elementen.

Aufgabe 2.

i) Benutzen Sie den binomischen Lehrsatz, um zu zeigen dass

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n.$$

Folgern Sie, dass eine n-elementige Menge 2^n verschiedene Teilmengen hat.

ii) Es sei $p(x) = (x^2 - 3)^7$. Finden Sie den Koeffizienten von p bei x^6.

Aufgabe 3.

i) Wieviele n-stellige natürliche Zahlen ohne die Ziffer 9 gibt es?

ii) Es haben 3 Personen 20 Sitzplätze zur Auswahl. Wieviele Möglichkeiten gibt es

(a) wenn nicht zwischen den Personen unterschieden wird?

(b) wenn zwischen den Personen unterschieden wird?

Aufgabe 4. Es seien A und B beliebige Mengen und $f\colon A \to B$ eine Abbildung. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

i) Ist A höchstens abzählbar, so ist $f(A)$ höchstens abzählbar.

ii) Ist B höchstens abzählbar, so ist $f^U(B)$ höchstens abzählbar.

Definition: Eine Menge M heißt *höchstens abzählbar*, falls sie endlich im Sinne von Aufgabe 1 oder abzählbar unendlich ist.