Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

19.11.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 5

Aufgabe 1. Es sei $M = \{0,1,2,3\}$ und die Verknüpfungen $+_4 \colon M \times M \to M$ und $*_4 \colon M \times M \to M$ seien durch die Verknüpfungstabellen

$+_4$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

bzw.

$*_4$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

definiert. Ist $(M, +_4, *_4)$ ein Körper?

Aufgabe 2. Skizzieren Sie die Teilmengen

$$A_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 3x + 2y \leq 6,\ x - y \leq 2,\ x \leq 1\right\},$$
$$A_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon |y| \leq \frac{3}{2},\ |y - 3x| \leq 3,\ |y + 3x| \leq 3\right\}$$

von $\mathbb{R}^2$.

Aufgabe 3. Verwenden Sie **nur** die algebraischen Axiome (d.h. die Körperaxiome, siehe Definition 4.1), um für alle $x, y \in \mathbb{R}$ die folgenden Aussagen zu zeigen.

i) $x \cdot 0 = 0$.

ii) $x \cdot y = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$. (Hinweis: nehmen Sie an, dass $x \neq 0$ und folgern Sie $y = 0$ oder umgekehrt).

iii) $-x = (-1) \cdot x$.

iv) $-(-x) = x$.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. Verwenden Sie **nur** die algebraischen Axiome und die Anordnungsaxiome (siehe Axiomatik 5.1), um für alle $x, y \in \mathbb{R}$ die folgenden Regeln für das Rechnen mit Ungleichungen zu beweisen.

i) $(x \leq y) \wedge (u \leq v) \Rightarrow x + u \leq y + v.$

ii) $(x \leq y) \wedge (z \leq 0) \Rightarrow x \cdot z \geq y \cdot z.$

iii) $(x \leq y) \wedge (x, y \neq 0) \Rightarrow \dfrac{1}{x} \geq \dfrac{1}{y}.$

iv) $(0 \leq x \leq y) \wedge (0 \leq u \leq v) \Rightarrow x \cdot u \leq y \cdot v.$