Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

26.11.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 7

Aufgabe 1.

i) Finden Sie Polynome r und s mit der Eigenschaft

$$x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = (2x^3 + 2x^2 + 3x + 1)s(x) + r(x).$$

ii) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$f\colon \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

Aufgabe 2. Schreiben Sie die Menge

$$D = \{x \in \mathbb{R} \colon x^2 - 4x - 5 \in \mathbb{R} \text{ besitzt ein multiplikatives Inverses in } \mathbb{R}\}$$

als Vereinigung von Intervallen, geben Sie die Null- und Polstellen der Funktion

$$f\colon D \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x}{x^2 - 4x - 5}$$

an und skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.

Aufgabe 3.

i) Zeigen Sie, dass es eine surjektive gerade Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gibt.

[Hinweis: Finden Sie zunächst eine surjektive Funktion $g\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$.]

ii) Gibt es eine bijektive Funktion $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$?

iii) Warum kann es keine bijektive, gerade Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ geben?

Aufgabe 4. Es seien $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall, $f\colon I \to \mathbb{R}$ eine streng monoton wachsende (fallende) Funktion und $J = \mathrm{bild}(f)$. Zeigen Sie, dass f injektiv ist und dass die Umkehrfunktion $f^{-1}\colon J \to I$ streng monoton wachsend (fallend) ist.