

10.12.2019

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 11

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte oder begründen Sie, dass der Grenzwert nicht existiert.

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} - \frac{n+1}{n}$

vi) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt{n} + 1}{n}$

vii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4 + \frac{n-1}{n+1}}$ [Hinweis: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ für alle $a > 0$.]

iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n + 4}{(n+1)(n+2)}$

viii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + (-1)^n}{2^{n+1} + (-1)^{n+1}}$ [Hinweis: $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = 0$ für $|x| < 1$.]

iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n} - n$

ix) $\lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{-n}$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{-n}$

v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} \sin(n^n)}{n+1}$

x) $\lim_{n \rightarrow \infty} -n(1 - (-1)^n)$

Aufgabe 2. Es sei $a_n = \frac{1}{n^2 + 1}$ für $n \in \mathbb{N}$.

i) Finden Sie eine Folge $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ mit der Eigenschaft, dass die Folge $\{a_n b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ divergiert.

ii) Finden Sie eine Folge $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ mit der Eigenschaft, dass die Folge $\{b_n/a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert.

Aufgabe 3. Es seien $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine beliebige Folge und $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit Grenzwert $b \neq 0$ mit der Eigenschaft, dass die Folge $\{a_n b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert. Zeigen Sie, dass dann auch $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert.

Gilt die Aussage immer noch, wenn man auf die Voraussetzung $b \neq 0$ verzichtet?