Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

Saarbrücken, 17.10.2019

Übungsblatt 0 zur Vorlesung
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Wintersemester 2019/2020

Aufgabe 1. Berechnen Sie bzw. vereinfachen Sie in Bruchschreibweise:

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}\,, \quad \frac{4}{3} + \frac{5}{3}\,, \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{6}}\,, \quad \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right] \cdot \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right]^{-1}\,, \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}\,, \quad \frac{1}{x + \frac{1}{x}}\,.$$

Aufgabe 2. Es seien a, b, c, $d \in \mathbb{N}$ (insbesondere positiv). Überlegen Sie, wann der Bruch $\frac{a}{b}$ größer als der Bruch $\frac{c}{d}$ ist und finden Sie ein einfaches Kriterium zur Überprüfung.

Aufgabe 3. In 5 Tagen pro Woche produzieren 4 Maschinen bei einer täglichen Laufzeit von 10 h 2500 Artikel. Die Produktionsstätte soll auf 6 leistungsfähigere Maschinen ausgebaut werden, die zudem 7 Tage pro Woche laufen und eine tägliche Laufzeit von 18 h haben.

Wieviel leistungsfähiger müssen die Maschinen sein, damit sich die wöchentliche Produktion verzehnfacht?

Aufgabe 4. Die jährliche Inflationsrate betrage 2.5%. Nach wie vielen Jahren entspricht die Kaufkraft von dann 2 Euro der derzeitigen Kaufkraft von 1 Euro?

Aufgabe 5. (*Kartoffelparadoxon*)

100 Kilogramm Kartoffeln mit 99 Prozent Wasseranteil trocknen in der Sonne „etwas ein". Nach dem Eintrocknen haben Sie einen Wasseranteil von 98 Prozent.

Wie viel wiegen die Kartoffeln nach dem Eintrocknen?

Aufgabe 6. (*Polynomdivision und Linearfaktoren*)

i) Es gilt: Sind $p(x)$ und $q(x)$ Polynome mit $\mathrm{grad}(p) \geq \mathrm{grad}(q) \geq 1$, so gibt es eindeutig bestimmte Polynome $r(x)$, $s(x)$, $\mathrm{grad}(r) < \mathrm{grad}(q)$, mit

$$p(x) = q(x) \cdot s(x) + r(x)\,,$$

Bitte wenden.

d.h. mit anderen Worten

$$\frac{p(x)}{q(x)} = s(x) + \frac{r(x)}{q(x)} \ , \qquad \text{grad}(r) < \text{grad}(q) \ .$$

Bestimmen Sie diese Zerlegung im Fall

$$\begin{aligned} p(x) &= 2x^4 + 2x^3 - x + 1 \ , \\ q(x) &= x^2 - 2x + 1 \ . \end{aligned}$$

ii) Ist x_0 eine Nullstelle von $p(x)$ und wählt man $q(x) = x - x_0$, so kann $q(x)$ als Linearfaktor abgespalten werden, d.h. $r(x) = 0$ und $p(x) = s(x)(x - x_0)$. Der Grad von s ist dabei um eines geringer als der von p.

Spalten Sie einen Linearfaktor ab von

(a) $p(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$;

(b) $p(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 18$.

Kann von dem verbleibenden Polynom jeweils wieder ein Linearfaktor abgespalten werden?

Aufgabe 7. (*Horner-Schema*)

Für reelle Koeffizienten a_0, a_1, $\dots$, a_n betrachte man das Polynom

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \ .$$

i) Man berechne (ausmultiplizieren)

$$a_0 + (x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + x(\dots))))) \ .$$

ii) Für ein festes x werden nun die Koeffizienten b_0, b_1, $\dots$, b_{n-1} rekursiv definiert

$$b_{n-1} = a_n \ , \quad b_{k-1} = a_k + x b_k \ , \quad k = n-1, \dots, 1$$

und mit folgendem Schema berechnet:

$$\begin{array}{c|ccccc} & a_n & a_{n-1} & \dots & a_1 & a_0 \\ + & & x b_{n-1} & \dots & x b_1 & x b_0 \\ \hline x & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_0 & p(x) \end{array} \ .$$

Hier entsteht in den Spalten durch Summation der Koeffizient mit dem nächst kleineren Index. Dieser wird mit x multipliziert und in die nächste Spalte eingetragen $\dots$.

Als Ergebnis liefert $p(x)$ den Wert des Polynoms an der Stelle x.

Man berechne mithilfe des Horner-Schemas $p(2)$ für

$$p(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1 \ .$$

Keine Abgabe. *Präsenzübungen vom 28.10.2019 bis zum 31.10.2019.*