

Saarbrücken, 24.10.2019

Übungsblatt 1 zur Vorlesung
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Wintersemester 2019/2020

Aufgabe 1. (*Wahrheitstafel, 4 Punkte*) Es seien A, B, C Aussagen. Für welche Kombinationen von $w(A), w(B), w(C)$ gilt:

Es sind $w(A \Leftrightarrow B)$ und $w(A \Rightarrow C)$ richtig, $w(B \vee C)$ ist ebenfalls richtig.

Aufgabe 2. (*Quantoren, 4 Punkte*) Man betrachte die Aussagen

- i) $\exists t \in \mathbb{R} : \left[\forall s \in \mathbb{R} : \left[\forall p \in \mathbb{R} \text{ gilt } s = p + t \right] \right]$,
- ii) $\forall s \in \mathbb{R} : \left[\forall p \in \mathbb{R} : \left[\exists t \in \mathbb{R} \text{ sodass } s = p + t \right] \right]$.

Sind die Aussagen wahr oder falsch? Bestimmen Sie jeweils die Negation der Aussage.

Aufgabe 3. (*Indirekter Beweis, 2+2+2 Punkte*)

i) Es seien A und B Aussagen. Verifizieren Sie anhand einer Wahrheitstafel:

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A).$$

ii) Es seien A und B zwei Aussagen. Zeigen Sie:

Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist genau dann wahr, wenn $A \wedge (\neg B)$ falsch ist. (In dieser Form spricht man auch von einem *Widerspruchsbeweis*.)

iii) Zeigen Sie als Anwendung: $\sqrt{2}$ kann keine Bruchzahl sein.

Hinweis. Nehmen Sie für $p \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N}$ an $(p/q)^2 = 2$. Schließen Sie, dass es dann auch teilerfremde $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$ gibt mit $(m/n)^2 = 2$. Zeigen Sie im Widerspruch dazu, dass 2 ein gemeinsamer Teiler von m und n ist.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (Mengenalgebra, 3+1.5+1.5 Punkte)

i) Es sei $A = \{-3, -2, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 5\}$.

Bestimmen Sie $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $(B - A) \cap C$, $C - (B \cup A)$ und $A \times C$.

ii) Es sei A eine Menge. Dann ist die *Potenzmenge* von A definiert als

$$\mathcal{P}(A) := \{B : B \subset A\}.$$

(Bem. Die Potenzmenge ist eine Menge von Mengen.)

Bestimmen Sie $\mathcal{P}(\{4, -2, 2\})$ und $\mathcal{P}(\{-1, 1, \{1\}\})$.

iii) Es sei $A \subset \mathbb{N}$ die Menge der geraden Zahlen und B die Menge der durch 3 teilbaren Zahlen.

Bestimmen Sie die Mengen $A \cap B$ und $B - A$.

Abgabe. Bis Do., 31.10.2019, 14.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Bonuspunkte für die Klausur.

1 Bonuspunkt: Mehr als 13 Aufgabenpunkte; 1/2 Bonuspunkt: 7-13 Aufgabenpunkte.

Besprechung. In den Übungsgruppen vom Mo., 04.11.2019, bis zum Fr., 08.11.2019.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI1_WS1920/hmi1.html