

Saarbrücken, 28.11.2019

Übungsblatt 6 zur Vorlesung
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I
Wintersemester 2019/2020

Aufgabe 1. (*Eigenschaften reeller Funktionen, je 1.5 Punkte*)

- i) Zeigen Sie für $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
- (a) Ist f streng monoton wachsend (fallend), so ist f nicht periodisch.
 - (b) Ist f gerade und monoton wachsend (fallend), so ist f konstant.
 - (c) Ist f ungerade und nach oben beschränkt, so ist f auch nach unten beschränkt.
- ii) (a) Finden Sie eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \text{bild}(f)$, die bijektiv, streng monoton wachsend und beschränkt ist. Bestimmen Sie das Supremum und das Infimum.
- (b) Kann eine streng monoton wachsende Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ihr Maximum bzw. Minimum annehmen?
-

Aufgabe 2. (*Interpolationsaufgabe von Lagrange, 2+1.5 Punkte*)

- i) Es sei $j \in \{0, 1, \dots, n\}$ fixiert und

$$L_j(x) := \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}.$$

Berechnen Sie $L_j(x_l)$ für alle $l = 0, 1, 2, \dots, n$.

- ii) Zeigen Sie Satz 7.1 (Lagrangesche Darstellung des Interpolationspolynoms) der Vorlesung.
-

Aufgabe 3. (*Interpolationsaufgabe von Lagrange, je 1.5 Punkte*) Gegeben sei die Wertetabelle

| | | | |
|-------|----|---|---|
| j | 0 | 1 | 2 |
| x_j | -1 | 1 | 2 |
| y_j | -1 | 1 | 5 |

und es sei $p_2(x)$ das Interpolationspolynom zu den Stützstellen x_j mit den Werten y_j , $0 \leq j \leq 2$.

Bitte wenden.

- i)* (a) Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung.
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (0, 1)$ hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie $p_3(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung).
 - ii)* (a) Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Newtonschen Darstellung.
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (0, 1)$ hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie $p_3(x)$ mittels der Newtonschen Darstellung).
 - iii)* (a) Berechnen Sie $p_2(-2)$ mittels des Algorithmus von Neville.
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (0, 1)$ hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie $p_3(-2)$ mittels des Algorithmus von Neville).
-

Abgabe. Bis Do., 05.12.2019, 14.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Bonuspunkte für die Klausur.

1 Bonuspunkt: Mehr als 13 Aufgabenpunkte; 1/2 Bonuspunkt: 9-13 Aufgabenpunkte.

Besprechung. In den Übungsgruppen vom *Mo.*, 09.12.2019, bis zum *Fr.*, 13.12.2019.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI1/hmi1.html>