

Saarbrücken, 28.11.2019

Übungsblatt 6 zur Vorlesung  
**Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I**  
Wintersemester 2019/2020

**Aufgabe 1.** (*Eigenschaften reeller Funktionen, je 1.5 Punkte*)

- i) Zeigen Sie für  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ :
- (a) Ist  $f$  streng monoton wachsend (fallend), so ist  $f$  nicht periodisch.
  - (b) Ist  $f$  gerade und monoton wachsend (fallend), so ist  $f$  konstant.
  - (c) Ist  $f$  ungerade und nach oben beschränkt, so ist  $f$  auch nach unten beschränkt.
- ii) (a) Finden Sie eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \text{bild}(f)$ , die bijektiv, streng monoton wachsend und beschränkt ist. Bestimmen Sie das Supremum und das Infimum.
- (b) Kann eine streng monoton wachsende Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ihr Maximum bzw. Minimum annehmen?
- 

**Aufgabe 2.** (*Interpolationsaufgabe von Lagrange, 2+1.5 Punkte*)

- i) Es sei  $j \in \{0, 1, \dots, n\}$  fixiert und

$$L_j(x) := \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}.$$

Berechnen Sie  $L_j(x_l)$  für alle  $l = 0, 1, 2, \dots, n$ .

- ii) Zeigen Sie Satz 7.1 (Lagrangesche Darstellung des Interpolationspolynoms) der Vorlesung.
- 

**Aufgabe 3.** (*Interpolationsaufgabe von Lagrange, je 1.5 Punkte*) Gegeben sei die Wertetabelle

$j$	0	1	2
$x_j$	-1	1	2
$y_j$	-1	1	5

und es sei  $p_2(x)$  das Interpolationspolynom zu den Stützstellen  $x_j$  mit den Werten  $y_j$ ,  $0 \leq j \leq 2$ .

*Bitte wenden.*

- i)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung).
  - ii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung).
  - iii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(-2)$  mittels des Algorithmus von Neville.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(-2)$  mittels des Algorithmus von Neville).
- 

**Abgabe.** Bis Do., 05.12.2019, 14.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

**Bonuspunkte für die Klausur.**

*1 Bonuspunkt: Mehr als 13 Aufgabenpunkte; 1/2 Bonuspunkt: 9-13 Aufgabenpunkte.*

**Besprechung.** In den Übungsgruppen vom *Mo.*, 09.12.2019, bis zum *Fr.*, 13.12.2019.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI1/hmi1.html>