Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 Mathematik
Jun. Prof. Dr. S. Brandhorst
Msc. P. Kattler

05. Mai 2020

Algebraische Zahlentheorie I
Sommersemester 2020
Blatt 4

1. Sei K ein Körper.

   (a) Sei $K \subseteq L$ eine endliche Körpererweiterung. Zeigen Sie, dass L der ganze Abschluss von K in L ist.

   (b) Sei $K(t)$ der Körper der rationalen Funktionen über K. Zeigen Sie, dass K ganz abgeschlossen in $K(t)$ ist. **(5 Punkte)**

2. Sei $\mathbb{Q} \subseteq K$ eine quadratische Körpererweiterung und $x \in K$. Zeigen Sie, dass x ganz ist, genau dann wenn $N_{K/\mathbb{Q}}(x)$ und $Tr_{K/\mathbb{Q}}(x)$ ganze Zahlen sind. **(5 Punkte)**

3. Sei A ein ganz abgeschlossener Integritätsbereich und K sein Quotientenkörper. Sei $f \in A[X]$ ein normiertes Polynom. Zeigen Sie, ist f reduzibel in $K[X]$, so ist f auch reduzibel in $A[X]$. **(5 Punkte)**

4. Sei $R \subseteq S$ eine ganze Ringerweiterung. Sei ferner S ein Integritätsbereich. Zeigen Sie, R ist ein Körper genau dann, wenn S ein Körper ist. **(5 Punkte)**

Abgabe bis spätestens **Mittwoch** den 13.05.2020 um **10:00 Uhr** per Mail an **kattler@math.uni-sb.de**