UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 MATHEMATIK
JUN. PROF. DR. S. BRANDHORST
MSC. P. KATTLER

27. MAI 2020

ALGEBRAISCHE ZAHLENTHEORIE I
SOMMERSEMESTER 2020
Blatt 7

1. Sei K ein algebraischer Zahlkörper.
   (a) Sei $\mathfrak{a}$ ein ganzes Ideal von $\mathcal{O}_K$ und $\mathfrak{a}^m = (a)$. Zeigen Sie, dass $\mathfrak{a}$ in $\mathcal{O}_L$ ein Hauptideal wird (d.h. $\mathcal{O}_L\mathfrak{a}$ ist ein Hauptideal), wobei $L = K(\sqrt[m]{a})$.
   (b) Zeigen Sie, dass es eine endliche Körpererweiterung L von K gibt, in der jedes Ideal $\mathfrak{a}$ von $\mathcal{O}_K$ zu einem Hauptideal $\mathcal{O}_L\mathfrak{a}$ in $\mathcal{O}_L$ wird. **(5 Punkte)**
2. Sei K ein algebraischer Zahlkörper und $\mathfrak{a}$ ein ganzes Ideal von $\mathcal{O}_K$.
   (a) Zeigen Sie, dass $\mathfrak{a}$ ein Primideal ist, falls $N(\mathfrak{a})$ eine Primzahl ist.
   (b) Ist die Umkehrung richtig?. **(5 Punkte)**
3. Geben Sie einen Integritätsbereich B, ein Primideal $\mathfrak{p} \neq 0$ von B und einen Teilring $A \subseteq B$ an, sodass $A \cap \mathfrak{p} = 0$ **(5 Punkte)**
4. Bringen Sie in Erfahrung, was ein projektiver Modul ist und zeigen Sie, dass die gebrochenen Ideale eines Dedekindringes R projektive R-Moduln sind. **(5 Punkte)**

Abgabe bis spätestens **Mittwoch** den 03.06.2020 um **10:00 Uhr** per Mail an **kattler@math.uni-sb.de**