UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Simon Brandhorst
Dr. Tobias Columbus

Elementare Zahlentheorie

Übungsblatt 1

Auf diesem Übungsblatt bezeichne $\mathbb{N}$ stets die Menge der natürlichen Zahlen. Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben lediglich die aus der Vorlesung bekannten Peano-Axiome sowie bereits bewiesene Folgerungen aus diesen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Für eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ ist ein *Vorgänger von* n eine natürliche Zahl $m \in \mathbb{N}$ mit $m^* = n$. Zeigen Sie:

(a) Die Zahl $0 \in \mathbb{N}$ hat keinen Vorgänger.

(b) Jede natürliche Zahl hat maximal einen Vorgänger, d. h. für zwei möglicherweise verschiedene Vorgänger m_1 und m_2 einer natürlichen Zahl $n \in \mathbb{N}$ muss bereits $m_1 = m_2$ gelten.

(c) Die Zahl $0 \in \mathbb{N}$ ist die einzige Zahl ohne Vorgänger, d. h. jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ hat entweder einen Vorgänger oder es gilt bereits $n = 0$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass

$$l + (m + n) = (l + m) + n$$

für alle $l, m, n \in \mathbb{N}$. Diese Gleichung heißt auch *Assoziativgesetz*.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass

$$(l + m) \cdot n = (l \cdot n) + (m \cdot n)$$

für alle $l, m, n \in \mathbb{N}$. Diese Gleichung heißt auch *Distributivgesetz*.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Zeigen Sie:

(a) Sind $m, n, d \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen mit $m + d = n + d$, so gilt bereits $m = n$.

(b) Die natürlichen Zahlen sind nullteilerfrei, d. h. für zwei natürliche Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \cdot n = 0$ gilt $m = 0$ oder $n = 0$.

(c) Sind $m, n, d \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen mit $d \neq 0$ und $m \cdot d = n \cdot d$, so gilt bereits $m = n$.

Abgabe bis spätestens Montag, den 15. 04. 2019, um 12:00 Uhr. Werfen Sie Ihre Lösungsvorschläge in die dafür vorgesehenen Einwurfkästen vor dem Zeichensaal in Gebäude E 2 5. Abgabe zu zweit ist möglich. Bitte geben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe an!