

Elementare Zahlentheorie

Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie den größten gemeinsamen Teiler

- (a) von $n = 214$ und $m = 34$
- (b) von $n = 111$ und $m = 518$
- (c) von $n = 6^{2019} - 2^{2019} + 3^{2019} + 1$ und $3^{2019} - 1$.

und stellen Sie ihn als Linearkombination von m und n dar.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie mit dem Sieb des Eratosthenes alle Primzahlen p mit $0 \leq p \leq 100$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es seien $m, n \in \mathbb{Z}$ teilerfremd und $r \in \{0, \dots, m-1\}$ sowie $s \in \{0, \dots, n-1\}$.

- (a) Zeigen Sie, dass es für $r \in \{0, \dots, m-1\}$ und $s \in \{0, \dots, n-1\}$ eine ganze Zahl $N = N(r, s)$ gibt, so dass N beim Teilen durch m den Rest r und beim Teilen durch n den Rest s gibt.
- (b) Finden Sie für $n = 13$, $m = 201$, $r = 4$ und $s = 1$ eine Zahl $N(r, s)$ wie in Teilaufgabe (a).

Aufgabe 4 (4 Punkte)

- (a) Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$ zwei Zahlen, die beim Teilen durch 4 den Rest 1 lassen. Zeigen Sie, dass dann auch das Produkt ab beim Teilen durch 4 den Rest 1 lässt.
- (b) Zeigen Sie durch eine Abwandlung des Beweises von Euklid, dass es unendlich viele Primzahlen p gibt, die beim Teilen durch 4 den Rest 3 lassen.