

# Elementare Zahlentheorie

## Übungsblatt 9

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es in jedem Jahr genau einen Wochentag gibt, der nicht auf einen 31ten fällt. Berechnen Sie diesen Wochentag für das Jahr 2048.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Rest von  $36^{2019}$  beim Teilen durch 49.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Genauso wie man Teilbarkeitsregeln für natürliche Zahlen in Dezimalschreibweise aufstellen kann, kann man auch Teilbarkeitsregeln für natürliche Zahlen in anderen Stellenwertsystemen finden. Zum Beispiel kann jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$  im Oktalsystem als

$$n = \sum_{i=0}^r a_i 8^i$$

geschrieben werden.

- Stellen Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 7 von Zahlen  $(a_r \dots a_1 a_0)_8$  in Oktalschreibweise auf und beweisen Sie diese Regel.
- Wandeln Sie die Dezimalzahl  $(1226)_{10}$  in Oktalschreibweise um und überprüfen Sie mit Hilfe Ihrer Regel, ob diese Zahl durch 7 teilbar ist.
- Stellen Sie eine Regel für die Teilbarkeit durch 65 von Zahlen in Oktalschreibweise auf und beweisen Sie auch diese Regel.
- Testen Sie Ihre Regel an der Zahl  $(1226)_{10}$  aus Teilaufgabe (b) und bestimmen Sie mit Hilfe ihrer Regel aus Teilaufgabe (c) den Rest von  $(1226)_{10}$  bei Division durch 65.

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

- Es seien  $a, b \in \mathbb{Z}$  und  $n \geq 1$  eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass  $(a - b)$  ein Teiler von  $(a^n - b^n)$  ist.
- Es sei  $p$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass  $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$  für alle  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

---

Abgabe bis spätestens Dienstag, den 11.06.2019, um 12:00 Uhr. Werfen Sie Ihre Lösungsvorschläge in die dafür vorgesehenen Einwurfkästen vor dem Zeichensaal in Gebäude E2 5. Abgabe zu zweit ist möglich. Bitte geben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe an!