



Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie
Sommersemester 2020

Blatt 7

Abgabedatum: 25.06.2020, vor der Vorlesung

Aufgabe 25

(2+2=4 Punkte)

Sei $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ nichtkonstant. Zeigen Sie:

(a) $\overline{f(\mathbb{C})} = \mathbb{C}$

(Hinweis : Schließen Sie indirekt und verwenden Sie den Satz von Liouville.)

(b) $f(\mathbb{C}) \cap \partial D_r(a) \neq \emptyset$ für alle $a \in \mathbb{C}$ und $r > 0$.

Aufgabe 26

(4 Punkte)

Sei $R > 0$ und sei $f \in \mathcal{O}(D_R(0))$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$M : [0, R[\rightarrow \mathbb{R}, r \mapsto \|f\|_{\partial D_r(0)}$$

stetig ist und monoton wächst und dass M streng monoton wächst, wenn f nicht konstant ist.

Aufgabe 27

(2+2+2*=4+2* Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen einfach zusammenhängende Gebiete sind:

(a) $\mathbb{C} \setminus [-1, 1]$

(b) $(]0, 1[\times]0, 1[) \setminus \{x + \frac{i}{n}; x \in]0, \frac{1}{2}]\}$ und $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$

(c)* $\mathbb{C}^* \setminus \{e^{t(1+i)}; t \in \mathbb{R}\}$.

Aufgabe 28

(4 Punkte)

Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ ein einfach zusammenhängendes Gebiet und Γ ein Zyklus in G mit $0 \in \text{Int}(\Gamma)$. Zeigen Sie, dass es keine Folge holomorpher Funktionen auf G geben kann, die auf $\text{Sp}(\Gamma)$ gleichmäßig gegen die Funktion $\frac{1}{z}$ konvergiert.

Bitte senden Sie Ihre Lösungen in Form einer pdf-Datei an Ihren Tutor. Zwei der Übungsaufgaben werden korrigiert: Dieses Mal Aufgabe 25 und eine zufällig ausgewählte Aufgabe.

Sie können die Übungsblätter auch auf unserer Homepage finden:

<https://www.math.uni-sb.de/ag/eschmeier/lehre/SS20/ft/>