Saarland University
FACULTY 6.1 – MATH
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Manuel Kany

Übungen zur Vorlesung Topologie II

Sommersemester 2020

Blatt 9 Freiwillige Abgabe

Seien X, Y, Z, E, B topologische Räume, $A \subset X$ und $a_0 \in A$.

Aufgabe 34* (2*+2*=4* Points)

(a) Sei $H: X \times I \to X$ stetig mit $H(\cdot, 0) = \mathrm{id}_X$, $H(x, 1) \in A$ für alle $x \in X$ und $H(a, 1) = a$ für alle $a \in A$. Zeigen Sie, dass die Inklusionsabbildung $i: A \to X$, $a \mapsto a$ einen Isomorphismus $i_*: \pi_1(A, a_0) \to \pi_1(X, a_0)$ induziert.

(b) Zeigen Sie , dass $\pi_1(S^{n-1}, a) \cong \pi_1(\mathbb{R}^n \backslash \{0\}, a)$ ist für alle $a \in S^{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n;\ \|x\| = 1\}$.

Aufgabe 35* (4* Points)

Sei $p: E \to B$ eine Überlagerung. Zeigen Sie: Ist E wegzusammenhängend und ist B einfach zusammenhängend, so ist $p: E \to B$ ein Homöomorphismus.

Aufgabe 36* (5* Points)

Seien $p: X \to Y$ und $q: Y \to Z$ Überlagerungen. Zeigen Sie: Ist $q^{-1}(\{z\})$ endlich für alle $z \in Z$, so ist auch $q \circ p: X \to Z$ eine Überlagerung.

Ein topologischer Raum X heißt kontrahierbar, falls die identische Abbildung $\mathrm{id}_X: X \to X$ homotop zu einer konstanten Abbildung ist.

Aufgabe 37* (1*+2*+2*=5* Points)

Sei$[X, Y] = C(X, Y)/\sim$ die Menge der Äquivalenzklassen bezüglich der Äquivalenzrelation

$$f \sim g :\Longleftrightarrow \ f \text{ ist homotop zu } g.$$

Zeigen Sie:

(a) Kontrahierbare Räume sind wegzusammenhängend.

(b) Ist Y kontrahierbar, so besteht $[X, Y]$ aus einem einzigen Element.

(c) Ist X kontrahierbar und Y wegzusammenhängend, so besteht $[X, Y]$ nur aus einem einzigen Element.

Sie können die Übungsblätter auch auf unserer Homepage finden:

https://www.math.uni-sb.de/ag/eschmeier/lehre/SS20/top2