

**Aufgabe 1****(6 Punkte)**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_3 & = & -1 \\ -3x_1 + 5x_2 + x_3 & = & 2 \end{cases}$$

---

**Aufgabe 2****(8 Punkte)**

Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Ein Eigenwert ist eine negative ganze Zahl. Weitere Eigenwerte liegen in  $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ .**Aufgabe 3****(6 Punkte)**

Bestimmen Sie die inverse Matrix zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie damit die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$A \cdot x = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$$

für eine gegebene Zahl  $y \in \mathbb{R}$ .**Aufgabe 4****(6 Punkte)**

Bestimmen Sie eine geschlossene Formel für die durch

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 1, \quad a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

rekursiv definierte Folge  $(a_n)_n$ .**Aufgabe 5****(4+4=8 Punkte)**

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^3 + 2n + 6} \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3^n}$$

---

**Aufgabe 6****((2+2)+6=10 Punkte)**

(a) Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

$$(i) f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2 + 1} \quad (ii) g(x) = e^{(e^x)}$$

(b) Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen und die (maximalen) Monotonieintervalle der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 10x^6 + 24x^5 + 15x^4.$$

---

**Aufgabe 7****(4+4=8 Punkte)**

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2 - 9} dx \quad \text{Hinweis: Partialbruchzerlegung}$$

(b)

$$\int_1^2 \log x \cdot x dx \quad \text{Hinweis: Partielle Integration}$$

---

**Aufgabe 8****(8 Punkte)**Bestimmen Sie eine Funktion  $y : I \rightarrow \mathbb{R}$  auf einem maximalen Intervall  $I \subset \mathbb{R}$  mit

$$y'(t) = \frac{-3t^2}{t^3 + 1} \cdot y(t) + t^3 - 1 \quad (t \in I) \quad \text{und} \quad y(0) = -2.$$

---