Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

(i) $z^2 - 2z + 2\sqrt{3}i = -3$,

(ii) $z^4 - 12 = 8iz^2$.

Geben Sie hierbei die Lösungen in der Form $a + bi$ mit $a,\ b \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 2

Betrachen sie die folgenden Funktionen:

$$f\colon (0;\infty) \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2(1 - \ln(x))$$
$$g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sin(x)\exp(x^2 + 1)$$

(i) Bestimmen Sie das 3-te Taylorpolynom von f in $a = 1$.

(ii) Bestimmen Sie das 2-te Taylorpolynom von g in $a = 0$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgenden Funktionen

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto x_1^2 - 20x_1 - 26x_2 + 38 + (x_1 + x_2)^2 + (x_1 + 2x_2)^2,$$
$$\tilde{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \ln(\sin(x_1)^2 + 1) + x_2\exp(x_3^2).$$

(i) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f.

(ii) Bestimmen Sie $\operatorname{grad}(\tilde{f})\left(\begin{pmatrix} \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{\ln(2)}} \\ \sqrt{\ln(2)} \end{pmatrix}\right)$.

Aufgabe 4

Betrachten Sie die folgenden Messdaten:

t	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
y	7	3	1

Als Modellfunktion betrachen wir

$$f_{x_1,x_2}\colon (0;\infty) \to \mathbb{R},\ t \mapsto x_1 + x_2 \cdot \frac{1}{t}$$

mit Parametern $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Führen Sie eine lineare Ausgleichsrechnung durch um die optimalen Parameter $x_1^*, x_2^* \in \mathbb{R}$ zu finden.
