



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Klausurvorbereitungsblatt

Hinweis:

- Die **Hauptklausur** findet am 16.02.2011 von 15:00 bis 18:00 im HS001 der Informatik (Geb. E1.3) und im großen HS der Chemie (Geb. C4.3) statt.
- Zur Teilnahme ist neben der Anmeldung über die Homepage bis zum **13.02.2011** unter <http://www.num.uni-sb.de/iam/studium/vorlesungen/ws201011/biologie> eine zusätzliche Anmeldung über das LSF (HISPOS) erforderlich.
- Auch diejenigen, die nur zum Nachklausurtermin am 06.04.2011 mitschreiben, müssen sich jetzt über die Homepage und das LSF anmelden.
- Die Sitzpläne können am 15.02.2011 auf der Homepage eingesehen werden.
- Ein beidseitig von Hand beschriebenes Din-A4 Blatt sowie ein nicht-programmierbarer Taschenrechner sind in der Klausur zugelassen.

1. Aufgabe

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rclcl} -x_1 & + & & +2x_3 & = & -1 \\ -3x_1 & + & 5x_2 & + & x_3 & = & 2 \end{array}$$

2. Aufgabe

Berechnen Sie die inverse Matrix zu

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie damit das Gleichungssystem $Ax = b$ für $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Aufgabe

Seien $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ eine Matrix mit charakteristischem Polynom $p_A(\lambda) = \lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot (\lambda - 2)^2$. Sei außerdem $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ eine beliebige Matrix mit reellen Einträgen. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch, und welche sind mit den angegebenen Informationen nicht entscheidbar?

- (a) Es gibt einen Vektor $x \in \mathbb{R}^4$ mit $x \neq 0$ und $A \cdot x = -x$.
- (b) $\det(A) = 0$.
- (c) B besitzt in \mathbb{R} höchstens 4 Eigenwerte.
- (d) B besitzt in \mathbb{C} genau vier Eigenwerte.
- (e) Alle Eigenwerte von B sind reell.

4. Aufgabe

Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Folgen (eigentlich oder uneigentlich) konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

- (a) $\left(\frac{\sqrt{2n+3}}{1+\sqrt{n}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (b) $\left(-\frac{3^n}{n^2-n+6} \right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (c) $\left((-1)^n \cdot \frac{3n-5}{n^2+1} \right)_{n \in \mathbb{N}}$

5. Aufgabe

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

- (a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$
- (b) $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{l+3}{l^3-5}$

6. Aufgabe

Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

- (a) $2^{x+1} = 6 \cdot 3^{2x+1}$
- (b) $2 \cdot \log(x+1) = \log(4x)$

7. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte (in $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$):

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(\sin(\exp(x)))$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1-x}$

8. Aufgabe

Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen und die Monotonieintervalle der Funktion

$$f(x) = (x^2 - 3) \cdot e^{-x}.$$

9. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin(x) dx$

(b) $\int_1^2 \frac{x^2}{1+x^3} dx$

(c) $\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2-9} dx$

10. Aufgabe

(a) Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - 2\frac{y(x)}{x} = 0$$

durch Trennung der Variablen.

(b) Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - 2\frac{y(x)}{x} = x^3$$

durch Variation der Konstanten. (Hinweis: Eine Lösung von (a) ist $y(x) = x^2$.)

Abgabe: Dieses Blatt dient der Klausurvorbereitung und wird nicht abgegeben.