



Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2017/18

Blatt 3

Abgabetermin: 01.12.2017, 12 Uhr

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Bestimmen Sie für alle $t \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge $\mathbb{L}_t \subset \mathbb{R}^3$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ t & 0 & t^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

(2+4=6 Punkte)

(i) Wir betrachten die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 & -5 \\ -9 & -10 & -1 & -9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -4 & -1 \\ 1 & 6 & 4 & 10 \\ -4 & -4 & 2 & -9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4},$$
$$C = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 & -2 \\ 9 & -2 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & -5 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}, \quad D = \begin{pmatrix} -9 & -3 & -9 & -6 \\ 7 & -10 & -2 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}.$$

Welche der folgenden Additionen sind möglich: $A+B$, $A+C$, $A+D$, $B+C$, $B+D$, $C+D$?
Bestimmen Sie gegebenenfalls das Ergebnis.

(ii) Wir betrachten die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 \\ -9 & -10 & -1 \\ -5 & -9 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 1 & 6 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2},$$
$$C = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 \\ 9 & -2 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}, \quad D = \begin{pmatrix} -9 & -3 & -9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 3}.$$

Bestimmen Sie alle Möglichkeiten zwei dieser Matrizen miteinander zu multiplizieren (beachten Sie, dass eine Matrix unter Umständen auch mit sich selbst multipliziert werden kann) und bestimmen Sie das Ergebnis dieser Multiplikation.

Aufgabe 3

(2+4=6 Punkte)

Bestimmen Sie zu den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

jeweils die inverse Matrix mit Hilfe des Gauß-Algorithmus.

(bitte wenden)

Aufgabe 4**(3+3=6 Punkte)**

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

- (i) Berechnen Sie die Determinante von A mit Hilfe des Gaußalgorithmus.
 - (ii) Berechnen Sie die Determinante von A mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes. Benutzen Sie diesen für (4×4) - und (3×3) -Matrizen.
-