

# Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Dominik Schillo

Universität des Saarlandes

13. Vorlesung, 26.01.2018  
(Stand: 25.01.2018, 12:00 Uhr)

## Beispiel

1  $\int_a^b t \exp(t^2) dt = ?$ . Mit  $u(t) = t^2$  und  $u'(t) = 2t$  folgt

$$\begin{aligned} \int_a^b t \exp(t^2) dt &= \int_a^b \frac{1}{2} u'(t) \exp(u(t)) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{a^2}^{b^2} \exp(x) dx \\ &= \frac{1}{2} [\exp(x)]_{a^2}^{b^2} = \frac{1}{2} [\exp(t^2)]_a^b \\ &= \frac{1}{2} (\exp(b^2) - \exp(a^2)). \end{aligned}$$

Wir sehen also, dass eine Stammfunktion von  
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto t \exp(t^2)$  gegeben ist durch

$$G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{1}{2} \exp(t^2).$$

Die „Umkehrung“ der Kettenregel ist die Substitutionsregel:

## Satz (Substitutionsregel)

Sei  $u$  eine Funktion. Dann gilt

$$\int_a^b f(u(t)) u'(t) dt = \int_{u(a)}^{u(b)} f(x) dx$$

bzw.

$$\int f(u(t)) u'(t) dt = [F(x)]_{u(a)}^{u(b)} = [F(u(t))]_a^b = F(u(b)) - F(u(a)).$$

## Beispiel

2  $\int_1^3 \frac{t}{\sqrt{t+1}} dt = ?$ . Mit  $u(t) = t+1$  und  $u'(t) = 1$  folgt

$$\int_1^3 \frac{t}{\sqrt{t+1}} dt = \int_1^3 \frac{u(t) - 1}{\sqrt{u(t)}} dt,$$

sodass  $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$  die Lösung

$$\begin{aligned} \int_1^3 \frac{t}{\sqrt{t+1}} dt &= \int_1^3 \frac{u(t) - 1}{\sqrt{u(t)}} u'(t) dt \\ &= \int_2^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx = \int_2^4 x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} \right]_2^4 = \frac{2}{3} (2 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

liefert.

## Beispiel

Die Rechnung zeigt, dass

$$\begin{aligned} H: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, t &\mapsto \frac{2}{3}(u(t))^{\frac{3}{2}} - 2(u(t))^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} - 2(t+1)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

eine Stammfunktion von

$$h: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{t}{\sqrt{t+1}}$$

ist.

In der Vorlesung werden noch folgende Themen angesprochen:

- 1 Umrechnen von Einheiten
- 2 Partielle Ableitungen in der Physik
- 3 Wurzeln und Potenzen von Brüchen