



Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis II

Sommersemester 2004

Blatt 10

Abgabetermin: Dienstag, 29.06.2004, vor der Vorlesung

Aufgabe 44

(4 Punkte)

Sei E versehen mit der induktiven lokalkonvexen Topologie eines strikten Einbettungsspektrums $(j_n : E_n \rightarrow E)_{n \in \mathbb{N}}$ aus vollständigen lokalkonvexen Hausdorffräumen $E_n \subsetneq E$. Zeigen Sie, dass E nicht metrisierbar ist.

Aufgabe 45

(4 Punkte)

Sei $(E_i)_{i \in I}$ eine Familie lokalkonvexer topologischer Vektorräume. Zeigen Sie:

$$\left(\prod_{i \in I} E_i \right)' \cong \bigoplus_{i \in I} E_i'$$

als Vektorräume.

Aufgabe 46

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es normierte Räume gibt, die nicht tonneliert sind.
(Hinweis: Man betrachte den Folgenraum

$$E = \{(x_n)_{n \geq 1}; \text{ es existiert ein } n_0 \in \mathbb{N} \text{ mit } x_n = 0 \text{ für alle } n \geq n_0\} \subset \ell^\infty$$

mit der Norm $\|\cdot\|_\infty$ und die Menge

$$T = \{(x_n)_{n \geq 1} \in E; |x_n| \leq \frac{1}{n} \text{ für alle } n \geq 1\} .)$$

Aufgabe 47

(4 Punkte)

Sei E ein lokalkonvexer Hausdorffraum. Zeigen Sie:

Ist E tonneliert, so ist auch die Vervollständigung \hat{E} tonneliert. Gilt die Umkehrung?