



Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis II

Sommersemester 2007

Blatt 8

Abgabetermin: Donnerstag, 20.06.2007

Aufgabe 32

(4 Punkte)

Sei $E = \{f \in C[0, 1]; \text{supp } f \subset (0, 1)\}$ versehen mit der Supremumsnorm auf $[0, 1]$. Zeigen Sie, dass E bornologisch, aber nicht tonneliert ist.

Hinweis: Die Menge $\{f \in E; |f(\frac{1}{n})| \leq \frac{1}{n} \text{ für alle } n \in \mathbb{N}^*\} \subset E$ ist eine Tonne.

Aufgabe 33

(4 Punkte)

Sei E ein bornologischer oder tonnelierter lokalkonvexer Raum und $M \subset E'$ eine Menge stetiger Linearformen auf E , so dass gilt:

Ist $B \subset E$ beschränkt, so ist auch $\{f(x); f \in M, x \in B\} \subset k$ beschränkt.

Zeigen Sie: Die Menge M ist gleichstetig.

Aufgabe 34

(2+2=4 Punkte)

Seien E, F lokalkonvexe Hausdorffräume. Wir schreiben $L_s(E, F)$ für den Raum $L(E, F)$ versehen mit der durch das Halbnormensystem

$$\|T\|_{x,p} = p(Tx) \quad (x \in E, p \text{ stetige Halbnorm auf } F)$$

erzeugten Topologie und $L_b(E, F)$ für $L(E, F)$ versehen mit der durch das Halbnormensystem

$$\|T\|_{B,p} = \sup_{x \in B} p(Tx) \quad (B \subset E \text{ beschränkt, } p \text{ stetige Halbnorm auf } F)$$

erzeugten Topologie. Sei F vollständig. Zeigen Sie:

(a) E tonneliert $\Rightarrow L_s(E, F)$ folgenvollständig.

(b) E bornologisch $\Rightarrow L_b(E, F)$ vollständig.

Aufgabe 35

(4 Punkte)

Sei $(E_i)_{i \in I}$ eine Familie lokalkonvexer topologischer Vektorräume. Zeigen Sie:

$$\left(\prod_{i \in I} E_i \right)' \cong \bigoplus_{i \in I} E_i'$$

als Vektorräume.

Diese Übungsblätter können Sie sich auch über unsere Homepage besorgen:

<http://www.math.uni-sb.de/~ag-eschmeier/lehre>